



<http://world.casio.com/edu/>

**Utilizzo delle calcolatrici
FX 991 ES+
Parte II**

PARMA, 11 Marzo 2014

Prof. Francesco Bologna
bolfra@gmail.com

Prof. Bologna - bolfra@gmail.com training Casio FX 991 ES+ CASIO

• ARGOMENTI DELLA LEZIONE


1. Richiami lezione precedente
2. Calcolo delle statistiche di regressione: correlazione e regressione
3. Coefficienti binomiali, combinazioni permutazioni
4. Calcolo delle probabilità per la distribuzione Gaussiana
5. Integrali definiti

Prof. Bologna - bolfra@gmail.com training Casio FX 991 ES+ CASIO

**Parte I:
Richiami...
CASIO FX 991 ES+**

Prof. Bologna - bolfra@gmail.com training Casio FX 991 ES+ CASIO

La categoria «ES» presenta (di solito) gli stessi comandi




Per iniziare:
Inizializzazione della FX 991ES+

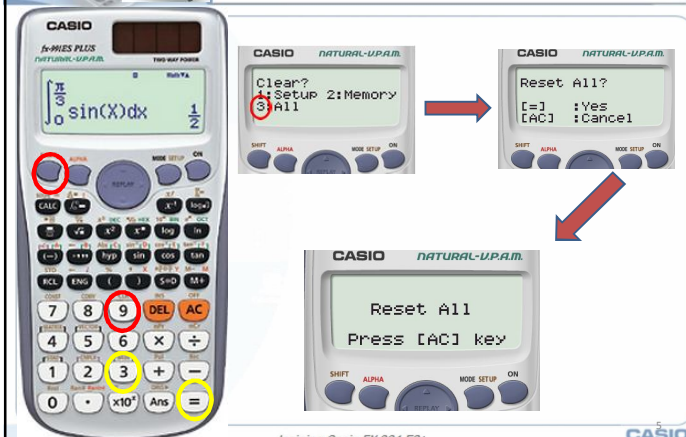
Eeguire la seguente procedura quando si desidera inizializzare la calcolatrice e far ritornare il modo di calcolo e le impostazioni ai loro valori iniziali di default (impostazioni di fabbrica).

Notare che questa operazione cancella anche tutti i dati correntemente presenti nella memoria della calcolatrice

SHIFT 9 (CLR) 3 (All) = (Yes)

Materiali tratti da "Il calcolo semplice" di F. Bologna - Ed. Spring ing Casio FX 991 ES+ CASIO

DIGITARE  **[SHIFT] [9] (CLR) [3] (All) [=] (Yes)**

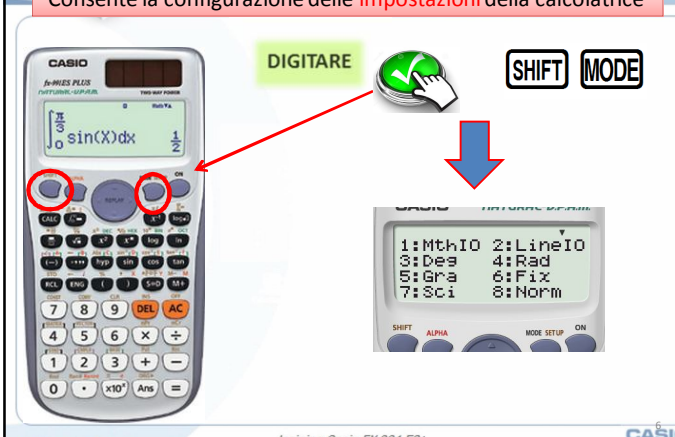


training Casio FX 991 ES+ CASIO

I. Il Menù di SETUP

Consente la configurazione delle **impostazioni** della calcolatrice

DIGITARE  **[SHIFT] [MODE]**

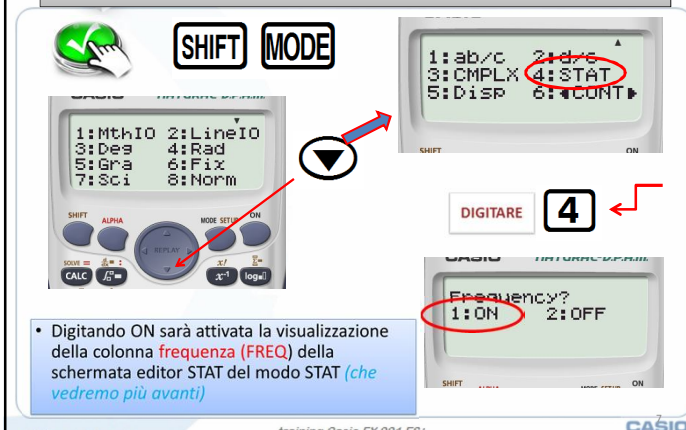


training Casio FX 991 ES+ CASIO

Menù SETUP Specificazione del formato di visualizzazione **STATISTICA**

Accediamo alla seconda schermata del menù di SETUP

[SHIFT] [MODE]



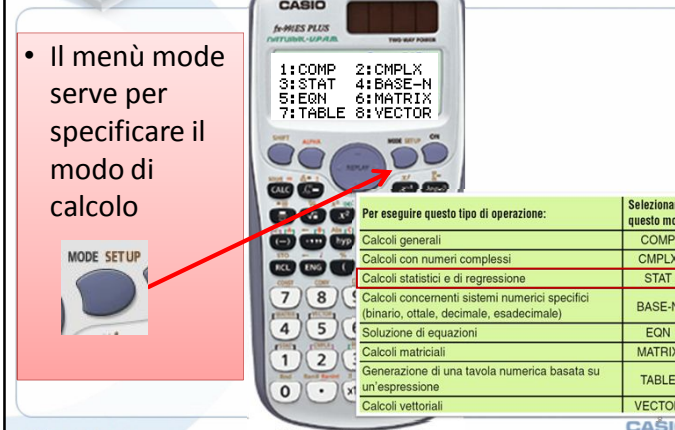
DIGITARE **[4]**

• Digitando ON sarà attivata la visualizzazione della colonna **frequenza (FREQ)** della schermata editor STAT del modo STAT (che vedremo più avanti)

training Casio FX 991 ES+ CASIO

II. Il Menù MODE

• Il menù mode serve per specificare il modo di calcolo



Per eseguire questo tipo di operazione:	Selezionare questo modo:
Calcoli generali	COMP
Calcoli con numeri complessi	CMPLX
Calcoli statistici e di regressione	STAT
Calcoli concernenti sistemi numerici specifici (binario, ottale, decimale, esadecimale)	BASE-N
Soluzione di equazioni	EQN
Calcoli matriciali	MATRIX
Generazione di una tavola numerica basata su un'espressione	TABLE
Calcoli vettoriali	VECTOR

training Casio FX 991 ES+ CASIO

Specificazione della **modalità** di calcolo

<p>Per eseguire questo tipo di operazione:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>Calcoli generali</td> <td>COMP</td> </tr> <tr> <td>Calcoli con numeri complessi</td> <td>CMPLX</td> </tr> <tr> <td>Calcoli statistici e di regressione</td> <td>STAT</td> </tr> <tr> <td>Calcoli concernenti sistemi numerici specifici (binario, ottale, decimale, esadecimale)</td> <td>BASE-N</td> </tr> <tr> <td>Soluzione di equazioni</td> <td>EQN</td> </tr> <tr> <td>Calcoli matriciali</td> <td>MATRIX</td> </tr> <tr> <td>Generazione di una tavola numerica basata su un'espressione</td> <td>TABLE</td> </tr> <tr> <td>Calcoli vettoriali</td> <td>VECTOR</td> </tr> </table>	Calcoli generali	COMP	Calcoli con numeri complessi	CMPLX	Calcoli statistici e di regressione	STAT	Calcoli concernenti sistemi numerici specifici (binario, ottale, decimale, esadecimale)	BASE-N	Soluzione di equazioni	EQN	Calcoli matriciali	MATRIX	Generazione di una tavola numerica basata su un'espressione	TABLE	Calcoli vettoriali	VECTOR	<p>Selezionare questo modo:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>1: COMP</td> <td>2: CMPLX</td> </tr> <tr> <td>3: STAT</td> <td>4: BASE-N</td> </tr> <tr> <td>5: EQN</td> <td>6: MATRIX</td> </tr> <tr> <td>7: TABLE</td> <td>8: VECTOR</td> </tr> </table>	1: COMP	2: CMPLX	3: STAT	4: BASE-N	5: EQN	6: MATRIX	7: TABLE	8: VECTOR
Calcoli generali	COMP																								
Calcoli con numeri complessi	CMPLX																								
Calcoli statistici e di regressione	STAT																								
Calcoli concernenti sistemi numerici specifici (binario, ottale, decimale, esadecimale)	BASE-N																								
Soluzione di equazioni	EQN																								
Calcoli matriciali	MATRIX																								
Generazione di una tavola numerica basata su un'espressione	TABLE																								
Calcoli vettoriali	VECTOR																								
1: COMP	2: CMPLX																								
3: STAT	4: BASE-N																								
5: EQN	6: MATRIX																								
7: TABLE	8: VECTOR																								

Menù MODE: **Calcolo statistico**

Menù MODE: **Calcolo statistico**

Tipologie di calcolo statistico

Calcolo statistico	Tasto
Variabile singola	1
Regressione lineare	2
Regressione quadratica	3
Regressione logaritmica	4
Regressione esponenziale e	5
Regressione esponenziale ab	6
Regressione di potenza	7
Regressione inversa	8

Calcolo degli indici statistici di base

Con la regressione lineare, la regressione viene eseguita in conformità con il seguente modello di equazione.

$$y = A + BX$$

- Comandi di calcolo statistico a variabile doppia con o senza frequenze

1: 1-VAR	2: A+BX
3: +CX ²	4: ln X
5: e ^X	6: A·B ^X
7: A·X ^B	8: 1/X

Comandi di calcolo statistico a variabile doppia (con o senza frequenze)

• *DATI:

Anno	X	Y

• CALCOLARE:

Comandi di calcolo statistico a variabile doppia (con o senza frequenze)

Deviare standard del campione dei dati Y

* Esempio 3.4

training Casio FX 991 ES+

Esercizio 3.4

Anno	X	Y
2001	1,5	2,8
2002	1,9	2,9
2003	1,8	3,1
2004	2,3	3,3
2005	2,2	3,6

Calcoli necessari.....

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$x\sigma_n = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$$

$$x\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

$$y\sigma_n = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}}$$

$$y\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n-1}}$$

Media dei dati X
 Deviazione standard della popolazione dei dati X
 Deviazione standard del campione dei dati X
 Media dei dati Y
 Deviazione standard della popolazione dei dati Y
 Deviazione standard del campione dei dati Y

training Casio FX 991 ES+

Esercizio 3.4

Anno	X	Y
2001	1,5	2,8
2002	1,9	2,9
2003	1,8	3,1
2004	2,3	3,3
2005	2,2	3,6

Procedura generale «passo passo»:

1. **SHIFT MODE** → 4

2. **Frequency?** 1:ON 2:OFF → 2

3. **MODE** → 3

4. **1:1-VAR 2:R+BX 3:L+CX2 4:ln X 5:e^X 6:A*B^X 7:A*X^B 8:1/X** → 2

5. **NATURAL-V.P.A.M.** → 1

6. **1:Type 2:Data 3:Sum 4:VAR 5:Reg 6:minMax** → 4

training Casio FX 991 ES+

AC SHIFT 1 Deviazione standard dei campioni dei dati X

Deviare standard della popolazione dei dati X

Numero di unità statistiche

Media dei dati X

Media dei dati Y

Deviare standard della popolazione dei dati Y

Deviare standard del campione dei dati Y

training Casio FX 991 ES+

Esercizio 3.4

Anno	X	Y
2001	1,5	2,8
2002	1,9	2,9
2003	1,8	3,1
2004	2,3	3,3
2005	2,2	3,6

Ad ogni operazione far seguire:

AC SHIFT 1

Ricorda che è possibile memorizzare un valore in una variabile !!

CASIO

Comandi di calcolo statistico a variabile doppia: somme

3: Σ

AC SHIFT 1 → **3: Σ** → **3**

Selezionare questa voce di menu:	Quando si desidera ottenere questo:
1 Σx^2	Somma dei quadrati dei dati X
2 Σx	Somma dei dati X
3 Σy^2	Somma dei quadrati dei dati Y
4 Σy	Somma dei dati Y
5 Σxy	Somma dei prodotti dei dati X e dei dati Y
6 Σx^3	Somma dei cubi dei dati X
7 Σx^2y	Somma dei (quadrati dei dati X × dati Y)
8 Σx^4	Somma al biquadrato dei dati X

Anno	X	Y
2001	1,5	2,8
2002	1,9	2,9
2003	1,8	3,1
2004	2,3	3,3
2005	2,2	3,6

CASIO

Comandi di calcolo statistico a variabile doppia

3: Sum

1: Σx^2	2: Σx
3: Σy^2	4: Σy
5: Σxy	6: Σx^3
7: Σx^2y	8: Σx^4

5 **≡** → **STAT** **ID** → **Σxy** → **30.8**

trascriviamo questo valore...

6 **≡** → **STAT** **ID** → **Σx^3** → **38.881**

Possiamo memorizzare il valore ... **SHIFT RCL (←)** **30.8→A** → **154** **5**

CASIO

CASIO[®]

<http://world.casio.com/edu/>

Parte II:

La correlazione e regressione

CASIO FX - 991 ES+

CASIO
EDUCATIONAL PROJECTS

CASIO

CASIO

Correlazione tra dati

- Per **correlazione** si intende una relazione tra due variabili tale che a ciascun valore della prima corrisponda, con una certa regolarità, un valore della seconda.

Non si tratta necessariamente di un rapporto di causa ed effetto, ma semplicemente della tendenza di una variabile a variare in funzione di un'altra.

Esistono diversi indici:

- Covarianza**
- Il coefficiente di correlazione lineare di Pearson – Bravais r_{xy}**

Esempio 3.4

Dati i seguenti valori di reddito x e spesa y, calcolare:

- la covarianza
- il coefficiente di correlazione lineare di Pearson-Bravais

Anno	X	Y
2001	1,5	2,8
2002	1,9	2,9
2003	1,8	3,1
2004	2,3	3,3
2005	2,2	3,6

LA COVARIANZA

La **covarianza** di due **variabili** è un numero $Cov(X,Y)$ che fornisce una misura di quanto le due grandezze varino assieme, ovvero della loro interdipendenza lineare.

La **covarianza** è definita come:
la media aritmetica dei prodotti degli scarti

$$\sigma_{X,Y} = \frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \sum_i x_i y_i - \frac{1}{n^2} (\sum_i x_i) (\sum_i y_i)$$

$$Cov(xy) = \frac{\sum xy}{N} - \bar{x}\bar{y}$$

Esempio 3.4

Utilizziamo i valori calcolati precedentemente per determinare la **covarianza**

$$Cov(xy) = \frac{\sum xy}{N} - \bar{x}\bar{y}$$

$\sum xy$ 30.8

\bar{x} 1.94

\bar{y} 3.14

$30.8 \div 5$ 6.16

$6.16 - (1.94 \times 3.14)$ 0.0684

$Cov(X,Y) > 0$ (risp. < 0) indica l'esistenza di una **relazione lineare diretta** (risp. Inversa)

$Cov(X,Y) = 0$ indica che non vi è una relazione di tipo lineare. (Ciò non esclude l'esistenza di altre relazioni...)

Il coefficiente di correlazione di Pearson-Bravais

Il coefficiente di **correlazione di Pearson-Bravais** è un coefficiente che esprime la linearità tra la loro **covarianza** e il prodotto delle rispettive **deviazioni standard**.

$$-1 \leq r_{xy} = \frac{COV(X, Y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \leq 1$$

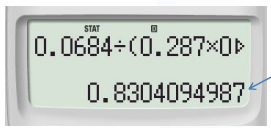
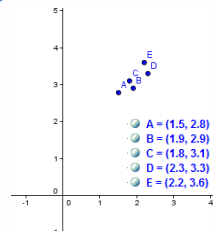
$r_{xy} > 0$	Variabili direttamente correlate o correlate positivamente
$r_{xy} = 0$	Variabili non correlate
$r_{xy} < 0$	Variabili inversamente correlate o correlate negativamente

PER LA CORRELAZIONE DIRETTA DI DISTINGUE INOLTRE:

$0 < r_{xy} < 0,3$	Correlazione debole
$0 < r_{xy} < 0,7$	Correlazione moderata
$r_{xy} > 0,7$	Correlazione forte

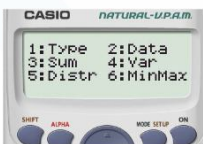
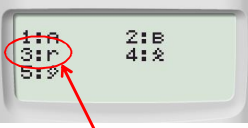

Esempio 3.4

Utilizziamo i valori calcolati precedentemente per il coefficiente di Pearson-Bravais

$$-1 \leq r_{xy} = \frac{COV(X, Y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{0,0684}{0,2870 \cdot 0,2870} = 0,8304 \leq 1$$




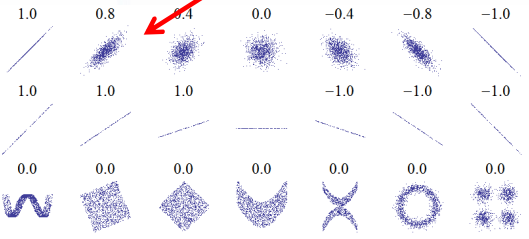
La relazione lineare tra le due variabili è di tipo diretto e abbastanza elevata.

E' possibile calcolare il parametro r senza utilizzare la covarianza...

Esercizio 3.4

Anno	X	Y
2001	1,5	2,8
2002	1,9	2,9
2003	1,8	3,1
2004	2,3	3,3
2005	2,2	3,6

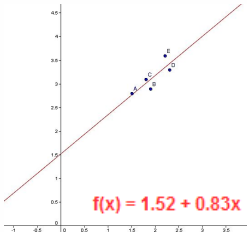



Esempi di insiemi di punti (x, y) con relativo coefficiente di correlazione.

La regressione

Lo studio della regressione consiste nella determinazione di una **funzione matematica** che esprima una relazione fra le variabili

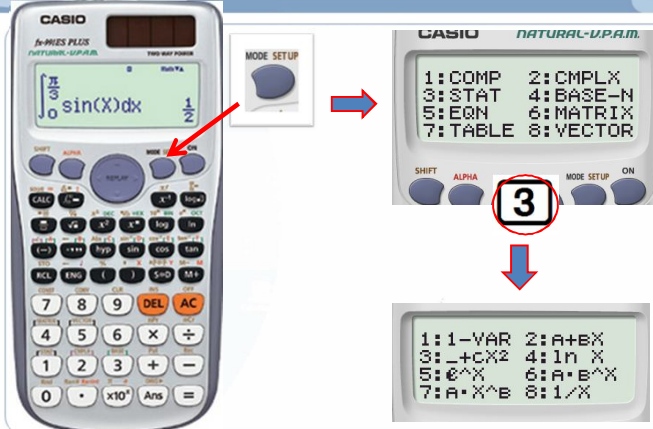
Si ricorre alla analisi della regressione quando dai dati si vuole ricavare un **modello statistico** che predica i valori di una **variabile (Y)** detta **dipendente** a partire dai valori di un'altra **variabile (X)** detta **indipendente**.*



$f(x) = 1.52 + 0.83x$

*http://statisticaconr.blogspot.com http://www.sp.units.it

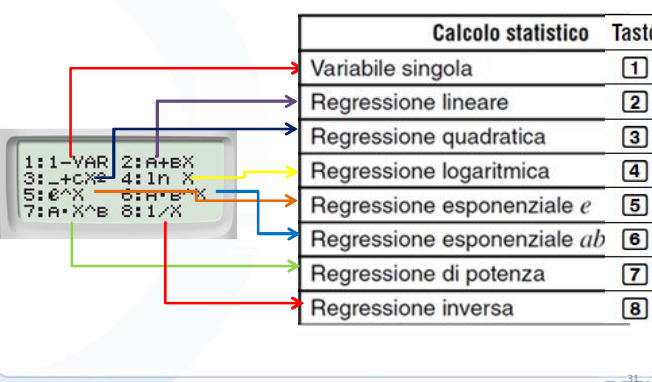
Menù MODE: **regressione**



Menù MODE: **Calcolo statistico**

Tipologie di calcolo statistico

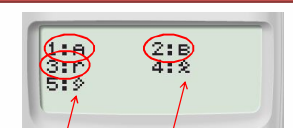
Calcolo statistico	Tasto
Variabile singola	1
Regressione lineare	2
Regressione quadratica	3
Regressione logaritmica	4
Regressione esponenziale e	5
Regressione esponenziale ab	6
Regressione di potenza	7
Regressione inversa	8



Comandi di calcolo statistico a variabile doppia

REGRESSIONE LINEARE

- Con la **regressione lineare**, la regressione viene eseguita in conformità con il seguente modello di equazione:

$$y = A + BX$$


Selezionare questa voce di menù:	Quando si desidera ottenere questo:
1:A	Termine A della costante del coefficiente di regressione
2:B	Coefficiente di regressione B
3:r	Coefficiente di correlazione r
4:ŷ	Valore stimato di x
5:ŷ	Valore stimato di y

Esercizio reg.1

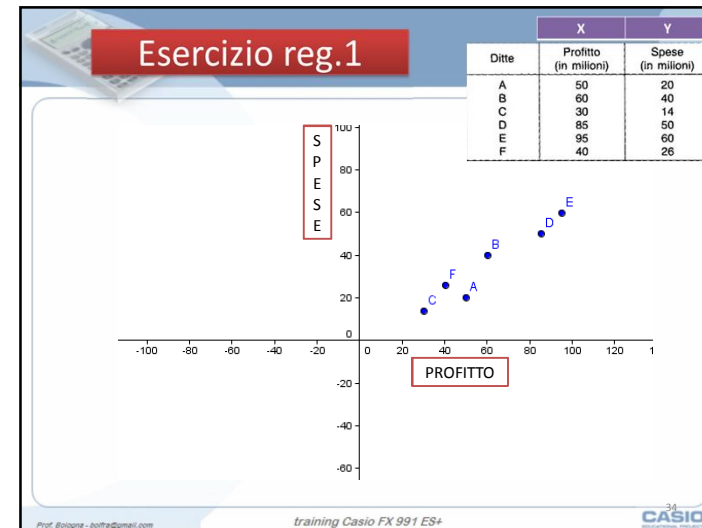
	X	Y
Ditte	Profitto (in milioni)	Spese (in milioni)
A	50	20
B	60	40
C	30	14
D	85	50
E	95	60
F	40	26

Data la tabella 1, calcolare:

- la retta di regressione
- determinare il coefficiente lineare di Bravais – Pearson
- Stimare il valore di Y quando X=70

http://www.sp.unibs.it/Docenti/520Materiali/CANDIAN

Prof. Bologna - bolfra@gmail.com training Casio FX 991 ES+ CASIO



Esercizio reg.1

	x	y	x'	y'	x'y'	x' ²	y' ²
A	50	20	-10	-15	150	100	225
B	60	40	0	5	0	0	25
C	30	14	-30	-21	630	900	441
D	85	50	25	15	375	625	225
E	95	60	35	25	875	1,225	625
F	40	26	-20	-9	180	400	81
Tot.	360	210			2,210	3,250	1,622

$$\bar{x} = \frac{360}{6} = 60 ; \bar{y} = \frac{210}{6} = 35$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i' y_i'}{\sum_{i=1}^n x_i'^2} = \frac{2,210}{3,250} = 0,6800 ; b_2 = \frac{2,210}{1,622} = 1,3625$$

$$y - \bar{y} = b_1(x - \bar{x}) \quad x - \bar{x} = b_2(y - \bar{y})$$

$$y - 35 = 0,68(x - 60) \quad x - 60 = 1,3625(y - 35)$$

indice di correlazione di Bravais-Pearson $r = \sqrt{0,68 \cdot 1,3625} = 0,96$

http://www.sp.unibs.it/Docenti/520Materiali/CANDIAN

Prof. Bologna - bolfra@gmail.com training Casio FX 991 ES+ CASIO

y = A + BX

Procedura generale «passo passo»:

Prof. Bologna - bolfra@gmail.com training Casio FX 991 ES+ CASIO

$y = A + BX$

Procedura generale «passo passo»:

Ditte	X (in milioni)	Y (in milioni)
A	50	20
B	60	40
C	30	14
D	85	50
E	95	60
F	40	26

1 [=] -5.8 AC [SHIFT] 1

5 [=] 0.68 2 [=]

AC [SHIFT] 1 [5] [=] 0.9625541444

training Casio FX 991 ES+ CASIO

$y = A + BX$

Ditte	X (in milioni)	Y (in milioni)
A	50	20
B	60	40
C	30	14
D	85	50
E	95	60
F	40	26

$f(x) = -5.8 + 0.68x$

training Casio FX 991 ES+ CASIO

Per stimare il valore di Y quando X=70

[SHIFT] 1 5 [=] 5

Selezionare questa voce di menu:	Quando si desidera ottenere questo:
[1] A	Termine A della costante del coefficiente di regressione
[2] B	Coefficiente di regressione B
[3] r	Coefficiente di correlazione r
[4] \hat{x}	Valore stimato di x
[5] \hat{y}	Valore stimato di y

training Casio FX 991 ES+ CASIO

Regressione non lineare

[3] $_+CX^2$	Regressione quadratica
[4] $\ln X$	Regressione logaritmica
[5] e^X	Regressione esponenziale e
[6] $A \cdot B^X$	Regressione esponenziale ab
[7] $A \cdot X^B$	Regressione di potenza
[8] $1/X$	Regressione inversa

Anni	produzione
2004	50
2005	52
2006	56
2007	59
2008	65
2009	70
2010	76

training Casio FX 991 ES+ CASIO

Esercizio 4.9

- I valori della produzione di un'azienda sono risultati i seguenti:

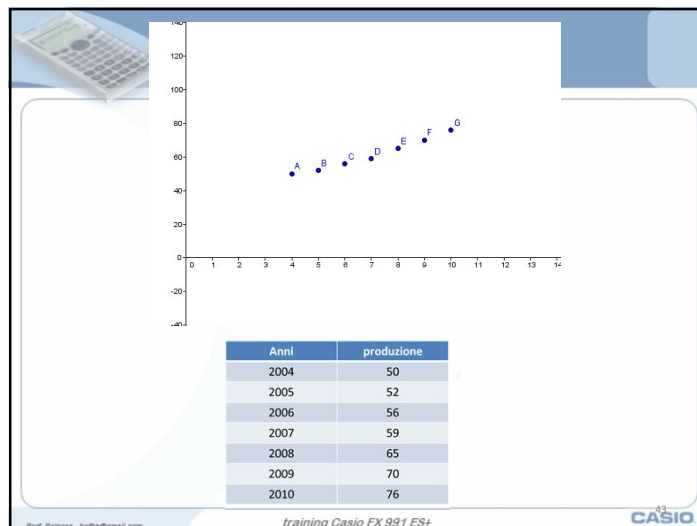
Anni	produzione
2004	50
2005	52
2006	56
2007	59
2008	65
2009	70
2010	76

Si calcolino i parametri della funzione interpolante esponenziale e di potenza

Si dica quale delle due funzioni è più adeguata a descrivere il trend

Menù MODE: *regressione*

3	+CX ²	Regressione quadratica
4	ln X	Regressione logaritmica
5	e ^X	Regressione esponenziale e
6	A*B ^X	Regressione esponenziale ab
7	A*X ^B	Regressione di potenza
8	1/X	Regressione inversa



Regressione esponenziale

Procedura generale «passo passo»:

Regressione esponenziale

Selezionare questa voce di menu:

- 1 A
- 2 B
- 3 r
- 4 \hat{x}
- 5 \hat{y}

Valore stimato quando $x=23$

235.037061

Regressione esponenziale

Funzione: $f(x) = 45.48 \cdot 1.07^x$

Punto:

- A = (1, 50)
- B = (2, 52)
- C = (3, 56)
- D = (4, 59)
- E = (5, 65)
- F = (6, 70)
- G = (7, 76)

Regressione esponenziale

Funzione: $f(x) = 45.48 \cdot 1.07^x$

Punto:

- A = (1, 50)
- B = (2, 52)
- C = (3, 56)
- D = (4, 59)
- E = (5, 65)
- F = (6, 70)
- G = (7, 76)
- H = (0, 45.48)

Il valore teorico della produzione d'azienda, stimato in base al trend esponenziale, nel 2003 era pari a 45,48 milioni di € e l'aumento teorico medio annuo è pari a 7,4%

A * X^B | Regressione di potenza

Procedura generale «passo passo»:

Anni	produzione
2004	50
2005	52
2006	56
2007	59
2008	65
2009	70
2010	76

- 1: Type 2: Data
- 3: Sum 4: Var
- 5: Res 6: MinMax

- 1: 1-VAR 2: +BX
- 3: +CX^2 4: ln X
- 5: e^X 6: A * X^B
- 7: 1/X

- 1: Type 2: Data
- 3: Sum 4: Var
- 5: Res 6: MinMax

- 1: A 2: B
- 3: r 4: \hat{x}
- 5: \hat{y}

A·X^B | Regressione di potenza

Anni	produzione
2004	50
2005	52
2006	56
2007	59
2008	65
2009	70
2010	76

Selezionare questa voce di menu:

- A
- B
- r
- \hat{x}
- \hat{y}

Calcolatrice display 1: 46.78404801 (A)

Calcolatrice display 2: 0.2112541455 (B)

Calcolatrice display 3: 0.9328498553 (r)

Calcolatrice display 4: 23 (input)

Calcolatrice display 5: 90.73366361 (\hat{y})

Valore stimato quando x=23

training Casio FX 991 ES+

A·X^B | Regressione di potenza

Funzione: $g(x) = 46.78 x^{0.21}$

Punto:

- A = (1, 50)
- B = (2, 52)
- C = (3, 56)
- D = (4, 59)
- E = (5, 65)
- F = (6, 70)
- G = (7, 76)
- H = (1, 46.78)

Il valore della produzione d'azienda, stimato in base alla funzione interpolante di potenza, nel 2004, (t=x=1) è pari a 46.78 milioni di €.

Il parametro B, che rappresenta l'elasticità, indica che il valore della produzione è crescente ma che rallenterà.

training Casio FX 991 ES+

Si dica quale delle due funzioni è più adeguata a descrivere il trend

A·B^X	Regressione esponenziale ab	A·X^B	Regressione di potenza
r	0.9947992783	r	0.9328498553
	0.9947992783 ²		0.9328498553 ²
	0.9896256041		0.8702088525

La funzione interpolante esponenziale spiega circa il 99% della variabilità della produzione

La funzione interpolante di potenza spiega circa il 87% della variabilità della produzione

training Casio FX 991 ES+

A·B^X | Regressione esponenziale ab | **A·X^B** | Regressione di potenza

Funzione:

- f(x) = 45.48 · 1.07^x
- g(x) = 46.78 x^{0.21}

Punto:

- A = (1, 50)
- B = (2, 52)
- C = (3, 56)
- D = (4, 59)
- E = (5, 65)
- F = (6, 70)
- G = (7, 76)

La funzione interpolante esponenziale spiega circa il 99% della variabilità della produzione

La funzione interpolante di potenza spiega circa il 87% della variabilità della produzione

training Casio FX 991 ES+

CASIO
<http://world.casio.com/edu/>

Parte III:
**Coefficienti binomiali, combinazioni
 permutazioni**

CASIO FX - 991 ES+

CASIO
 EDUCATIONAL PROJECTS

training Casio FX 991 ES+

Calcolo combinatorio

Il calcolo combinatorio studia i modi di *combinare* gli elementi di un insieme fissati alcuni criteri.

I gruppi possono differire per l'**ordine** degli elementi (**permutazioni - nPr**), per la **presenza** o meno di un elemento (**combinazioni - nCr**) o per **entrambe le caratteristiche (disposizioni)**.

L'obiettivo è quello di stabilire quanti *gruppi* si possono formare da una famiglia di oggetti.

disposizioni
 $D_{n,k} = P_k * C_{n,k}$

Permutazioni $P_n = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 1 = n!$

***Esempio 3.12.1:** Quanti sono gli anagrammi della parola "amore"?

DIGITIAMO **SHIFT** **nPr**

5P5

120

$P_5 = 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 120$

Combinazioni $C_{n,k} = \frac{D_{n,k}}{P_k} = \frac{n!}{k!(n - k)!} = \binom{n}{k}$

***Esempio 3.12.2:** da una classe di 24 allievi in quanti modi si possono scegliere 3 rappresentanti?

DIGITIAMO **SHIFT** **nCr**

24C3

2024

Disposizioni $D_{n,k} = P_k * C_{n,k}$

Esempio: quanti sono i numeri con tre cifre diverse che si possono formare con le cifre 1,2,3 e 4?

3P3 * 4C3 = 24

Materiale tratto da "Il calcolo semplice" di F. Bologna - Ed. Spring

Distribuzione binomiale 1 $P(k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

*** ESERCIZIO A** La segretaria di uno studio dentistico sa per esperienza che il 10% dei pazienti arriva in ritardo rispetto all'appuntamento stabilito.

Si scrivano le espressioni e si calcolino:

A. la probabilità che su sette pazienti scelti a caso due arrivino in ritardo.

B. la prob. che almeno due pazienti su 7 arrivino in ritardo

[http://www.riani.it/stat/esercizi-riepilogo1_\(studenti\).pdf](http://www.riani.it/stat/esercizi-riepilogo1_(studenti).pdf)

Soluzione

- U-Bernoulliano con $\pi=1/10$
- X = numero di pazienti che arrivano in ritardo. **Distribuzione Binomiale (n=7)**

A. $Pr(X = 2) = \binom{7}{2} 0.1^2 0.9^5 = 0.124$

B. $Pr(X \geq 2) = \sum_{s=2}^7 \binom{7}{s} 0.1^s 0.9^{7-s} = 0.1497$

$Pr(X \geq 2) = 1 - Pr(X = 1) - Pr(X = 0)$

$1 - \sum_{s=0}^1 \binom{7}{s} 0.1^s 0.9^{7-s} = 0.1497$

$7C2 * (0.1)^2 * (0.9)^5 = 0.1240029$

$7C0 * (0.1)^0 * (0.9)^7 = 0.4782969$

$7C1 * (0.1)^1 * (0.9)^6 = 0.3720087$

$1 - 0.4782969 - 0.3720087 = 0.1496944$

[http://www.riani.it/stat/esercizi-riepilogo1_\(studenti\).pdf](http://www.riani.it/stat/esercizi-riepilogo1_(studenti).pdf)

Distribuzione binomiale 2 $P(k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

*** ESERCIZIO B**

Il tasso di disoccupazione in una città è pari al **7,6 %**. Un campione casuale di **200** unità viene estratto dalle forze lavoro.

Si scriva l'espressione della probabilità che nel campione vi siano:

A. Almeno 6 disoccupati

Soluzione:

$Pr(X \leq 6) = \sum_{s=0}^6 \binom{200}{s} 0.076^s (1 - 0.076)^{200-s}$

$Pr(X > 6) = 1 - Pr(X \leq 6)$

[http://www.riani.it/stat/esercizi-riepilogo1_\(studenti\).pdf](http://www.riani.it/stat/esercizi-riepilogo1_(studenti).pdf)

POSSIAMO UTILIZZARE LA FUNZIONE CALC

Procedura generale «passo passo»:

MODE 1

DIGITIAMO $Y=200CA \times 0.076^A \triangleright$

DIGITIAMO **CALC**

A? 0

$Y=200CA \times 0.076^A \triangleright$
 1.36×10^7

Iteriamo il procedimento con valori di A ≤ 6 ... si otterrà:

training Casio FX 991 ES+ CASIO

Procedura generale «passo passo»:

s	Pr(X)
0	$1,36 \cdot 10^{-7}$
1	$2,24 \cdot 10^{-6}$
2	$1,83 \cdot 10^{-5}$
3	$9,96 \cdot 10^{-5}$
4	$4,03 \cdot 10^{-4}$
5	$1,30 \cdot 10^{-3}$
6	$3,48 \cdot 10^{-3}$

MODE 1

DIGITIAMO $Y=200CA \times 0.076^A \triangleright$

DIGITIAMO **CALC**

A? 0

$Y=200CA \times 0.076^A \triangleright$
 1.36×10^7

AC SHIFT 1

1

2

3

1: Σx^2 2: Σx

Σx 5.30×10^3

1-5.30⁽⁻³⁾
 9.93×10^1

training Casio FX 991 ES+ CASIO

Procedura con l'uso della sommatoria

E' possibile sintetizzare la procedura utilizzando il comando di sommatoria:

\log

$1 - \sum_{x=0}^6 (200C x \times 0.076^x \times (1 - 0.076)^{200-x})$

0.9946984212

training Casio FX 991 ES+ CASIO

CASIO[®]
<http://world.casio.com/edu/>

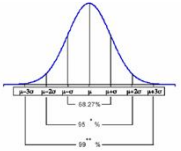
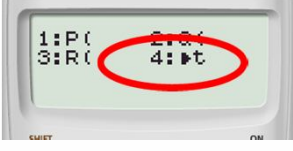
Parte IV:
Calcolo delle probabilità per la distribuzione Gaussiana

CASIO FX - 991 ES+

training Casio FX 991 ES+ CASIO

ESEMPIO: Data la seguente distribuzione di frequenza, calcolare la probabilità che uno studente ottenga un voto insufficiente (VOTO 5) facendo riferimento alla distribuzione normale standardizzata.


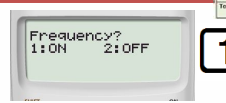

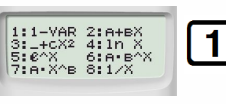

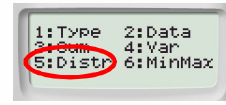
Voto	Alunni
4	2
5	6
6	14
7	9
8	4
9	3
10	1
Totale	39

Questo menù può essere usato per calcolare la probabilità di una distribuzione normale standard.
La variabile normalizzata t è calcolata con l'espressione mostrata di seguito, usando il valore medio e il valore della deviazione standard della popolazione eventualmente ottenuto, precedentemente, dai dati introdotti sulla schermata editor STAT*.


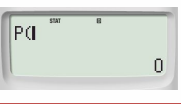
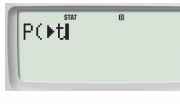
training Casio FX 991 ES+ CASIO

Procedura generale «passo passo»:

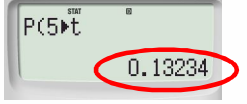







training Casio FX 991 ES+ CASIO

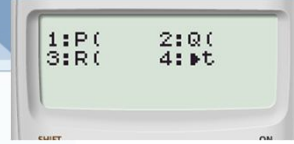
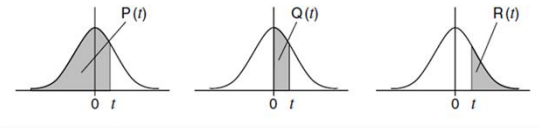
Procedura generale «passo passo»:

INSERIAMO 5



training Casio FX 991 ES+ CASIO

$$X \triangleright t = \frac{X - \bar{x}}{x\sigma_n}$$

training Casio FX 991 ES+ CASIO



http://world.casio.com/edu/

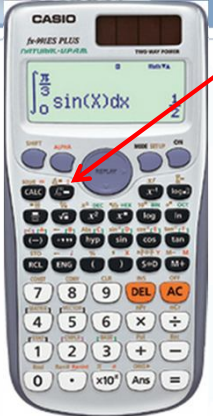
Parte V: Integrali

CASIO FX - 991 ES+



60 CASIO

Integrali



Questo comando consente di calcolare integrali definiti.

E' possibile utilizzare tale operazione per il calcolo di probabilità di variabili aleatorie continue (v. a.c.)

Detta $f(x)$ la **funzione densità di probabilità**, la probabilità $P(a < x < b)$ che il valore assunto dalla v.a.c. cada nell'intervallo (a,b) è data dall'integrale:

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$$

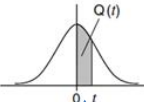
70 CASIO

esempio

- Considerata la funzione di densità della variabile standardizzata:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

si calcoli : a) $P(0 < x < 1,2)$; b) $P(-0,46 < x < 0)$; c) $P(x < -0,6)$



$\int_0^{1.2} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{x^2}{2}} \right)$

$\int_0^{1.2} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{x^2}{2}} \right)$

=

0.3849303298

$\int_{-0.46}^0 \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{x^2}{2}} \right)$

$\int_{-0.46}^0 \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{x^2}{2}} \right)$

=

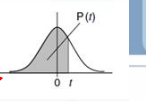
0.1772418897

71 CASIO

- Considerata la funzione di densità della variabile standardizzata:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

si calcoli : a) $P(0 < x < 1,2)$; b) $P(-0,46 < x < 0)$; c) $P(x < -0,6)$



$P(X < 0,6) = P(-\infty < X < 0) - P(0 < X < 0,6)$

$\int_0^{0.6} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{x^2}{2}} \right)$

$\int_0^{0.6} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{x^2}{2}} \right)$

=

0.2257468822

$0.5 - 0.22574$

=

0.27426

$P(-\infty < X < 0) = 0,5$

72 CASIO

Grazie per l'attenzione



Francesco Bologna
IL CALCOLO SEMPLICE
Risoluzione di esercizi matematico statistici con l'ausilio delle calcolatrici Casio FX 570 ES+ e Casio FX 991 ES+

I diritti di proprietà intellettuale sono dell'autore.
"CASIO" è un marchio registrato di CASIO Computer Co., Ltd., Japan.
Il copyright su tutte le immagini è di proprietà di CASIO.
Il suo utilizzo, per la presente opera, è stato autorizzato da CASIO ITALIA.
Si autorizza la stampa di qualsiasi pagina della presentazione per utilizzo personale o didattico ma non per pubblicazione su carta o per qualsiasi altro scopo ai fini di lucro.

Prof. Francesco Bologna
-Docente di Matematica e Fisica-
-Promozione di Tecnologie per la didattica della matematica -
email: bolfra@gmail.com
mobile: 338 7634314

Info: springed.caserta@virgilio.it

73 CASIO