

Tratto da Sis-Magazine

<http://www.sis-statistica.it/magazine>

Statistica robusta e radiodattazione della Sindone

- Articoli -

Data di pubblicazione : mercoledì 31 marzo 2010

Sis-Magazine

Con questo articolo intendiamo mostrare come i metodi di analisi statistica robusta possano gettare nuova luce su risultati che sono stati e sono fonte di notevoli controversie in campo scientifico. In particolare, si fa riferimento alla datazione della Sindone eseguita nel 1988 con la tecnica radiometrica del Carbonio 14. Il risultato, pubblicato ufficialmente su Nature come conclusivo (Damon et al. 1988), stabiliva che il telo risale, con una probabilità del 95%, a una data compresa tra il 1260 e il 1390 d. C. Prima del test molti studiosi avevano manifestato contrarietà alla sua esecuzione anche perché, in accordo con Libby, il fondatore del metodo al Carbonio 14, non si può datare un oggetto di cui non sono noti i fattori ambientali che vi possono avere influito nel passato (Libby, 1955). L'immagine sindonica non è ancora oggi spiegata: non è quindi spiegato quale fattore possa avere contribuito a formarla (Fanti, 2008). Il presente lavoro non ha come obiettivo quello di discutere l'attendibilità delle varie ipotesi formulate, ma quello di verificare se il risultato del 1988 possa effettivamente essere ritenuto conclusivo.

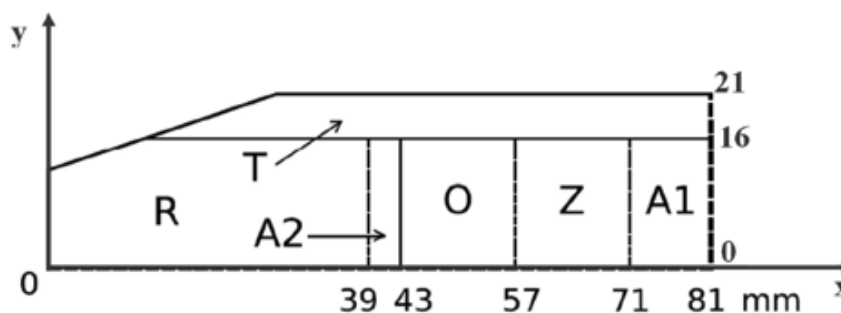
Il campione sottoposto a datazione venne suddiviso in tre parti che furono analizzate da tre laboratori ubicati rispettivamente a Oxford, Zurigo e in Arizona. Dato che non è chiaro come ed in quante parti siano stati suddivisi i pezzetti di tessuto consegnati, partiamo dai dati ufficiali pubblicati su Nature (Damon et al. 1988), che si riferiscono alla datazione, in termini di anni trascorsi dall'anno base 1950. Da tali dati risulta che il laboratorio di Oxford ha effettuato tre datazioni distinte ottenendo 730 ± 45 , 745 ± 55 , 795 ± 65 anni; il laboratorio di Zurigo ha prodotto cinque datazioni distinte ottenendo 635 ± 57 , 639 ± 45 , 679 ± 51 , 722 ± 56 , 733 ± 61 anni; il laboratorio di Arizona ha effettuato quattro datazioni distinte ottenendo 591 ± 30 , 606 ± 41 , 690 ± 35 , 701 ± 33 anni.

Si parte da un modello statistico in cui la j -esima datazione effettuata dal laboratorio i può essere scritta attraverso un modello ANOVA in funzione di una media μ_i che dipende da i e di un disturbo, trattato secondo la legge normale, moltiplicato per un fattore v_{ij} che riflette l'incertezza della misurazione. L'obiettivo è testare se i vari μ_i possano essere considerati uguali. Quindi, accettare l'ipotesi nulla, ossia l'ipotesi che i μ_i siano uguali tra loro, significa affermare che le singole datazioni effettuate dai tre laboratori differiscono tra loro solo per effetti di natura casuale. Per verificare tale ipotesi possiamo procedere con un test di uguaglianza tra le medie:

1. assumendo che tutti i v_{ij} siano uguali ad 1;
2. utilizzando come v_{ij} i pesi originali derivanti dagli standard error delle singole misurazioni pubblicati nel paper di Damon et al. (1988) riportati sopra;
3. utilizzando pesi modificati per Arizona, tenendo presente che, in base a quanto affermano Damon et al. (1988), gli standard error pubblicati per questo laboratorio contengono solo 2 delle 3 fonti di errore.

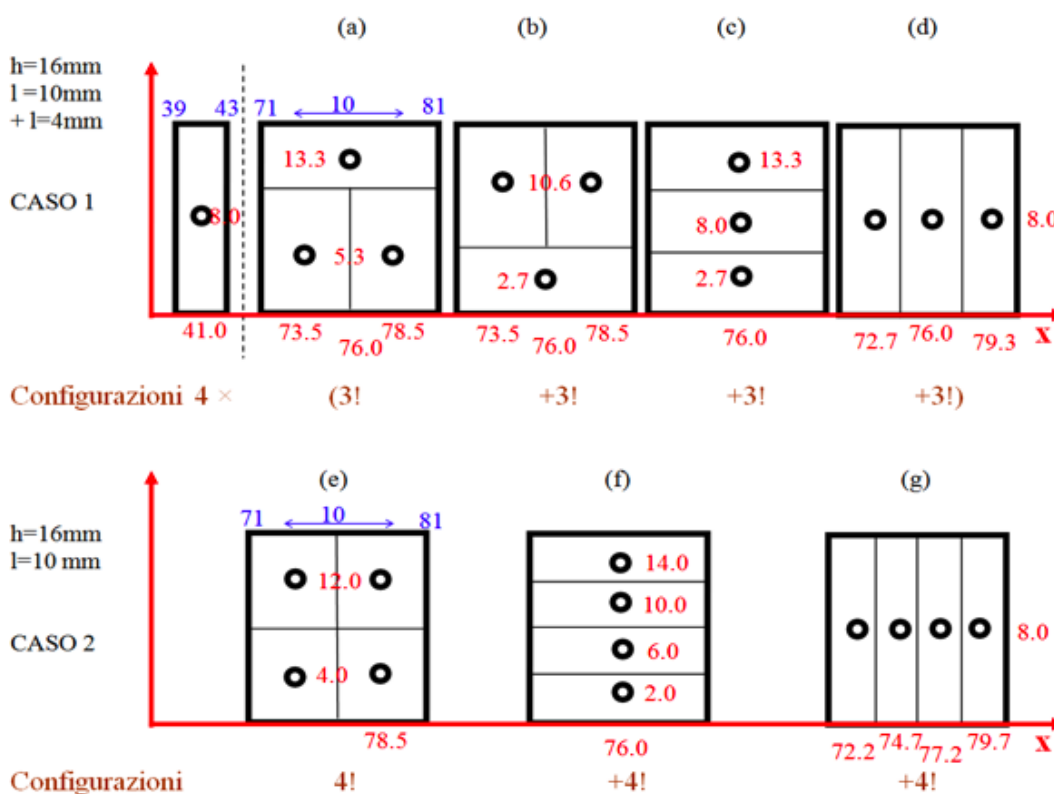
I risultati dettagliati del test (Riani et al., 2010), qui non riportati per mancanza di spazio, mostrano che, indipendentemente dall'approccio scelto per trattare i v_{ij} , le varianze relative alle misure eseguite dai tre laboratori risultano omogenee. Al contrario, le differenze tra le medie risultano sempre significative al 5%. Nel paper di Damon et al. (1988), per rafforzare la validità dell'analisi sono stati datati dai tre laboratori altri 3 manufatti la cui provenienza e datazione era certa. I risultati dell'analisi mostrano che l'ipotesi di differenza tra le medie dei tre laboratori non può essere rifiutata tranne che in un caso dei 9 esaminati. Un ipotetico effetto laboratorio sembra quindi da escludersi per il tessuto sindonico perché per gli altri manufatti le differenze di datazione condotte dai tre laboratori non risultano significative.

Il passo successivo, quindi, è la ricerca di una spiegazione dell'eterogeneità delle medie per la datazione del telo sindonico. L'informazione disponibile riguarda il modo in cui il campione di tessuto prelevato è stato suddiviso tra i tre laboratori (v. Figura che segue).



Con il simbolo T è stata indicata la parte scartata, con i simboli O e Z le parti che sono state assegnate ai laboratori di Oxford e Zurigo. R è la parte di riserva, conservata per effettuare eventuali ulteriori misurazioni. Ad Arizona sono state consegnate le parti etichettate come A1 e A2 ma, per le informazioni ufficiali di cui disponiamo, non è chiaro se Arizona abbia datato entrambi i pezzetti di stoffa oppure solo la parte A1. Inoltre, non è chiaro come i diversi laboratori abbiano effettuato il taglio dei pezzi che sono stati loro consegnati. In assenza di queste informazioni abbiamo considerato i 387072 casi in cui i tagli potevano essere stati effettuati. Per arrivare a tale valore, nel caso di Arizona dobbiamo considerare i 168 casi riportati nella Figura che segue dove, per maggiore chiarezza, sono riportate le coordinate cartesiane dei baricentri delle aree considerate.

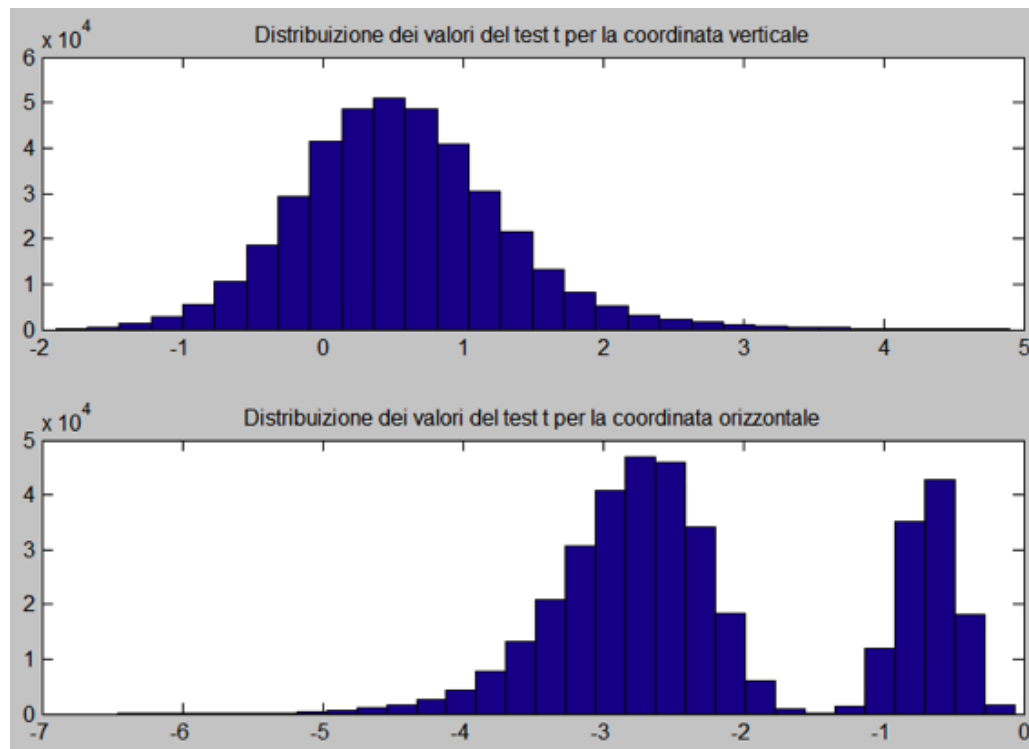
ü



Il pannello in alto illustra le 96 possibili configurazioni che emergono assumendo che Arizona abbia datato sia A1 che A2. Il pannello in basso mostra invece come esistano solo 72 casi plausibili da considerare nel caso in cui Arizona abbia datato solo A1. L'analisi dettagliata delle 96 configurazioni analizzate per Zurigo e delle 24 per Oxford è riportata in Riani et al. (2010). Combinando insieme tutte le diverse situazioni arriviamo ad un totale di $168 \times 24 \times 96 = 387072$ configurazioni. Per ognuno di questi casi abbiamo costruito un modello di regressione in cui la prima variabile esplicativa è la coordinata longitudinale (orizzontale) e la seconda variabile esplicativa è la coordinata trasversale (verticale). Chiaramente, se le 12 datazioni possono essere considerate come provenienti da un'unica grandezza più un disturbo casuale ci si può attendere che i valori del test t che riportano la significatività della coordinata longitudinale (orizzontale) e trasversale (verticale) siano approssimativamente centrati attorno al valore zero. Al contrario, il fatto che i valori del test t siano centrati attorno ad un valore significativamente diverso da zero

porta a ritenere plausibile la presenza nei dati osservati di un effetto sistematico non attribuibile a fattori di natura casuale.

ü

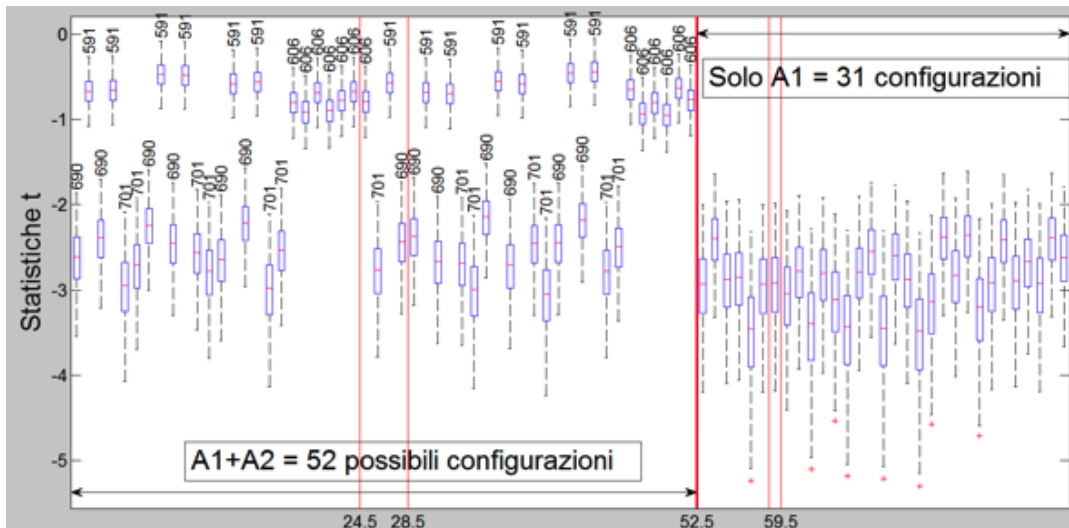


Il pannello in alto della figura mostra che il test t sulla significatività della coordinata trasversale è centrato attorno al valore 0,5 circa e presenta una distribuzione unimodale. Il pannello in basso, al contrario, che riporta il test t per la coordinata longitudinale, mostra una distribuzione bimodale con due picchi. Il primo a destra è centrato attorno al valore -0,6 circa, al contrario il secondo è centrato attorno al valore -2,6 (ossia ad un valore significativo della statistica t). Con nostra grande sorpresa abbiamo notato che per tutti i 387072 modelli considerati, il test t sulla coordinata longitudinale presenta sempre un valore negativo. L'analisi effettuata finora mostra quindi che, mentre la coordinata trasversale non sembra significativa, nella maggior parte dei modelli considerati sembra esserci un effetto sistematico dovuto alla coordinata longitudinale. Essendo la striscia di lino di forma rettangolare, è facile intuire che la coordinata trasversale sia poco significativa in quanto il lato minore del rettangolo è troppo piccolo per permettere di evidenziare un trend in tale direzione. Cerchiamo ora di capire quale caratteristica abbia portato ad ottenere la distribuzione bimodale per i valori del test t della coordinata longitudinale.

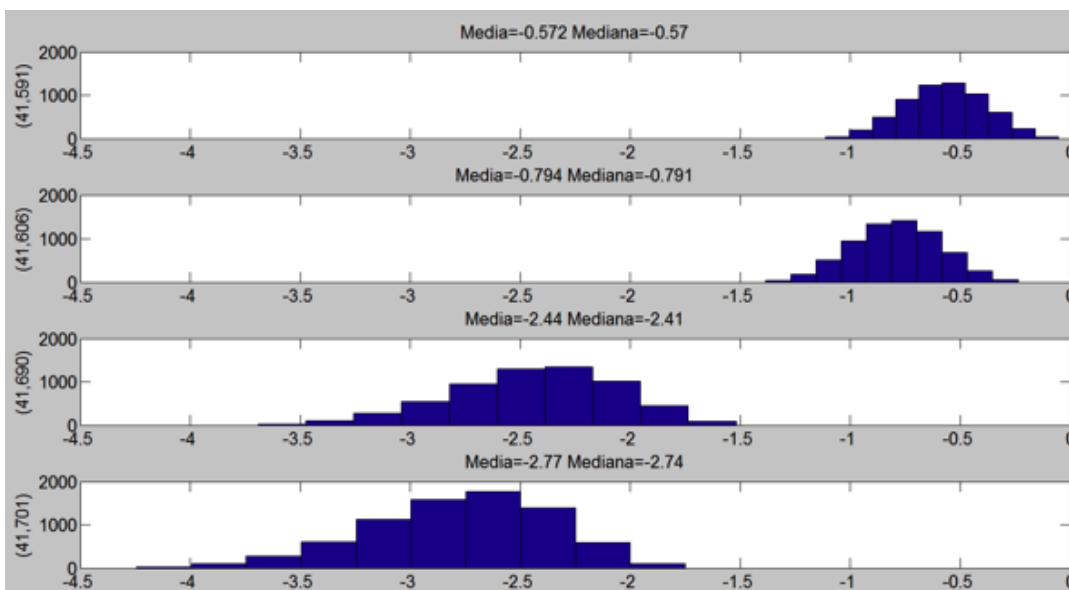
Le proiezioni ortogonali sull'asse longitudinale delle 387072 configurazioni precedentemente considerate generano 42081 diverse possibilità. Ad esempio, nel caso di Arizona, tali proiezioni portano solo a 52 casi qualora questo laboratorio abbia datato sia A1 che A2, oppure 31 casi qualora la datazione abbia riguardato solo A1. Per ciascuna delle 83 configurazioni possibili di Arizona ci sono poi 507 diversi modi in cui possiamo ottenere le altre configurazioni per Oxford o Zurigo.

La figura che segue mostra, per ciascuna delle 83 configurazioni di Arizona, i boxplot delle statistiche t nella regressione che considera solo la coordinata longitudinale. Ciascun boxplot è basato sulle 507 osservazioni delle configurazioni per Oxford e Zurigo. Con questo grafico, intendiamo scoprire a quali fattori può essere dovuta la distribuzione bimodale della statistica t osservata poc'anzi.

ü



I primi 24 boxplot (che si trovano alla sinistra della linea separatrice trasversale che corrisponde alla coordinata 24.5) derivano dai casi che scaturiscono dal pannello (a) o (b) della Figura che illustra le possibili configurazioni per Arizona; i boxplot tra le linee etichettate 24.5 e 28.5 derivano dalle configurazioni del pannello (c). I boxplot tra le linee 28.5 e 52.5 si riferiscono alle configurazioni del pannello (d). I boxplot tra le linee 52.5 58.5, 58.5 59.5, 59.5 83.5 si riferiscono rispettivamente ai pannelli (e), (f) e (g). I valori sopra ciascuno dei primi 52 boxplot riportano il valore di y (radiodazione al C14) associato alla coordinata longitudinale x=41 mm relativo al baricentro del pezzetto A2. La Figura che segue mostra invece gli istogrammi dei valori delle statistiche t divisi in funzione del valore di y per Arizona associato alla coordinata longitudinale 41.

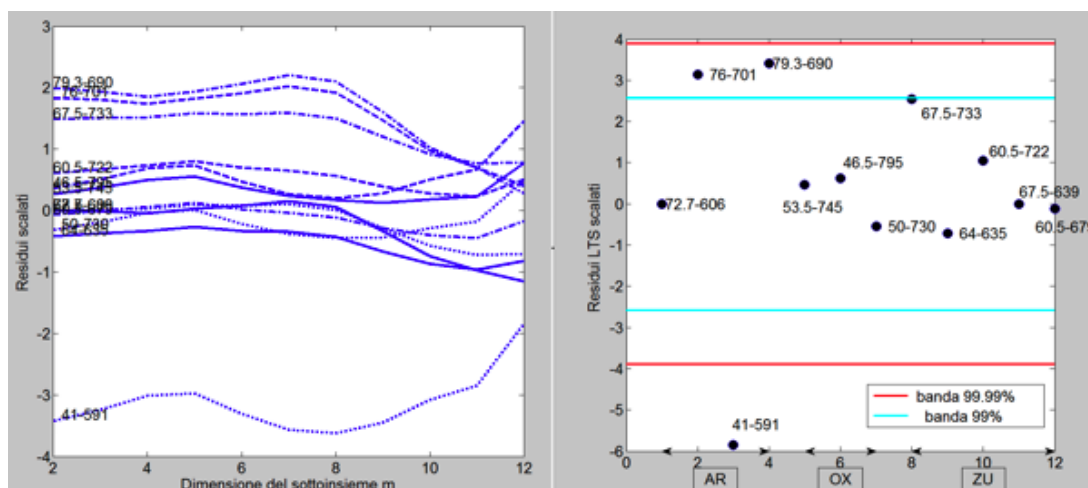


Ad esempio, il pannello in alto della figura riporta l'istogramma dei valori della statistica t che nella figura precedente erano riportati dai boxplot in posizione 2, 4, 8, 10, 14, 16, 27, 30, 32, 36, 38, 42 e 44 ossia da tutte le configurazioni di Arizona in cui si associa alla coordinata longitudinale x=41 il valore di datazione 591.

E' chiaro che il risultato inferenziale sull'influenza della coordinata longitudinale dipende in maniera cruciale da quale valore viene associato alla coordinata longitudinale x=41. In altri termini, le due figure precedenti mostrano in maniera chiara che per tutte le possibili configurazioni analizzate otteniamo una distribuzione della statistica t che è centrata attorno a valori negativi e significativi, tranne nei casi in cui si assuma che Arizona abbia datato anche il pezzetto di tessuto A2 (che presenta coordinata longitudinale 41) e tale analisi abbia prodotto il valore di radiodazione 591 oppure 606.

Per analizzare se le configurazioni che contengono il punto 41-591 (ossia 41 mm, 591 anni) sono verosimili consideriamo i residui dei modelli di regressione associati. Allo scopo di evitare il problema del mascheramento (ossia della possibilità che la presenza di un outlier possa mascherarne altri), abbiamo utilizzato la tecnica robusta della forward search (Atkinson e Riani, 2000) in cui si adatta una sequenza di sottoinsiemi al modello di regressione e si analizza come variano i residui al variare dell'ampiezza del sottoinsieme.

Il pannello di sinistra della figura che segue mostra il tipico monitoraggio dei residui per uno dei modelli che presentano tra le osservazioni la coordinata (41, 591).



Il pannello di destra riporta invece i residui derivanti dall'applicazione dello stimatore robusto Least Trimmed Squares (Rousseeuw, 1984). Entrambe le rappresentazioni mostrano chiaramente che l'osservazione con coordinate 41-591 è da ritenersi anomala. Se tale osservazione viene cancellata il test t della coordinata longitudinale diventa altamente significativo. Anche l'analisi, in termini di residui, delle altre configurazioni che associano al valore 41 per Arizona uno degli altri 3 valori della datazione, evidenziano una struttura di residui con chiari valori anomali. Risulta, quindi, poco probabile che il laboratorio di Arizona abbia datato entrambi i pezzetti di tessuto che gli sono stati consegnati. L'analisi dei residui delle rimanenti 31 configurazioni per Arizona, al contrario, non mostra anomalie, in quanto le traiettorie dei residui appaiono molto stabili, indipendentemente dal modo in cui i pezzetti di stoffa sono stati tagliati all'interno dei singoli laboratori.

In conclusione: l'applicazione di tecniche statistiche robuste, combinata con la potenza di calcolo dei nuovi computer, ha consentito di analizzare quasi 400000 casi in cui i singoli pezzetti di stoffa della Sindone potevano essere stati tagliati dai 3 laboratori. Tale analisi ha mostrato che la differenza significativa esistente tra le medie delle diverse datazioni dei 3 laboratori può essere spiegata dalla presenza di un trend longitudinale.

Le configurazioni che generano una non significatività del test t per la coordinata longitudinale sono attribuibili alla situazione in cui il laboratorio di Arizona abbia datato entrambi i pezzi che gli sono stati consegnati. L'analisi robusta dei residui, tuttavia, consente di affermare che la probabilità che Arizona abbia datato anche il pezzo di sinistra (coordinata 39-43 mm) è molto bassa in quanto, se ciò fosse avvenuto, saremmo in presenza sempre di una struttura di residui con almeno un'osservazione anomala. In conclusione, le affermazioni di Damon et al. (1988) che asserivano che "the quoted errors reflect all sources of error" e che the results provide conclusive evidence that the linen of the TS of Turin is mediaeval devono essere riviste alla luce dell'analisi statistica robusta che è stata effettuata. In altri termini, le 12 datazioni che sono state prodotte dai 3 laboratori non possono essere considerate come provenienti da un'unica ignota grandezza ed è quindi probabile la presenza di una contaminazione ambientale nel pezzetto di stoffa analizzato che ha agito in modo non uniforme, ma in modo lineare, aggiungendo un effetto sistematico non trascurabile. Se l'effetto sistematico evidenziato dalle datazioni dei tre laboratori si trasferisse direttamente sulla Sindone per tutta la sua lunghezza si potrebbe, per una lunghezza di circa 4 metri, ipotizzare una variazione di due decine di millenni nel futuro, partendo da una data del bordo risalente al primo millennio d.C..

Per saperne di più

Atkinson A.C. and Riani M., (2000). *Robust Diagnostic Regression Analysis*, Springer Verlag, New York.

Damon, P. E., et al. (1989). Radiocarbon dating of the Shroud of Turin. *Nature* 337, 611-615.

Fanti G. (2008). *La Sindone, una sfida alla scienza moderna*, Aracne editrice, Roma.

Libby W. F., (1955). *Radiocarbon Dating*, 2nd ed., Univ. of Chicago Press, Chicago.

Riani M., Atkinson A.C., Fanti G. and Crosilla F. (2010). The 1988 Shroud of Turin 14-C dating: partially labelled regressors and the design of experiments, sottomesso a pubblicazione. *Working Paper* of the Department of Statistics of the London School of Economics, London.

Rousseeuw P.J. (1984). Least Median of Squares Regression, *Journal of the American Statistical Association*, 79, 871-880.

Gli Autori

[Marco Riani](#), Università di Parma

[Giulio Fanti](#), Università di Padova

[Fabio Crosilla](#), Università di Udine

[Anthony C. Atkinson](#), London School of Economics