



<http://world.casio.com/edu/>

**Utilizzo delle calcolatrici  
FX 991 ES+  
Parte II**

PARMA, 11 Marzo 2014

Prof. Francesco Bologna  
[bolfra@gmail.com](mailto:bolfra@gmail.com)

Prof. Bologna - bolfra@gmail.com training Casio FX 991 ES+ CASIO

**• ARGOMENTI DELLA LEZIONE**

1. Richiami lezione precedente
2. Calcolo delle statistiche di regressione: correlazione e regressione
3. Coefficienti binomiali, combinazioni permutazioni
4. Calcolo delle probabilità per la distribuzione Gaussiana
5. Integrali definiti

Prof. Bologna - bolfra@gmail.com training Casio FX 991 ES+ CASIO

**Parte I:  
Richiami...  
CASIO FX 991 ES+**

Prof. Bologna - bolfra@gmail.com training Casio FX 991 ES+ CASIO

**La categoria «ES» presenta (di solito) gli stessi comandi**



Per iniziare:  
**Inizializzazione della FX 991ES+**

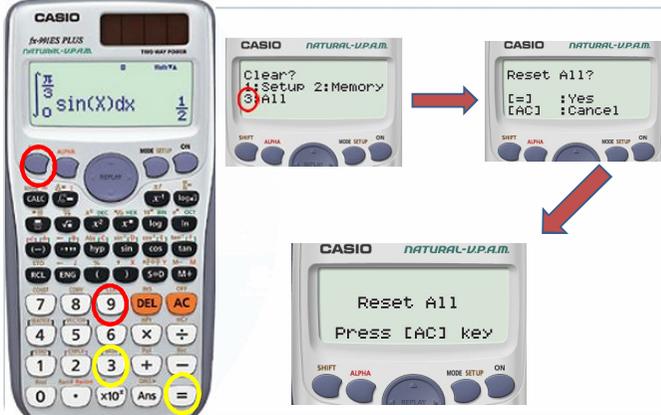
*Eeguire la seguente procedura quando si desidera inizializzare la calcolatrice e far ritornare il modo di calcolo e le impostazioni ai loro valori iniziali di default (impostazioni di fabbrica).*

Notare che questa operazione cancella anche tutti i dati correntemente presenti nella memoria della calcolatrice

**SHIFT 9 (CLR) 3 (All) = (Yes)**

Materiali tratti da "Il calcolo semplice" di F. Bologna - Ed. Spring ing Casio FX 991 ES+ CASIO

**DIGITARE**  **[SHIFT] [9] (CLR) [3] (All) [=] (Yes)**



training Casio FX 991 ES+ CASIO

**I. Il Menù di SETUP**

Consente la configurazione delle **impostazioni** della calcolatrice

**DIGITARE**  **[SHIFT] [MODE]**

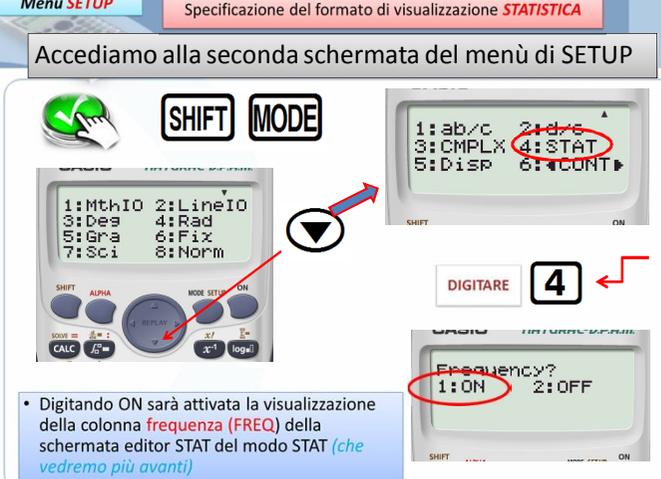


training Casio FX 991 ES+ CASIO

**Menù SETUP** Specificazione del formato di visualizzazione **STATISTICA**

Accediamo alla seconda schermata del menù di SETUP

**[SHIFT] [MODE]**



**DIGITARE** **[4]**

• Digitando ON sarà attivata la visualizzazione della colonna **frequenza (FREQ)** della schermata editor STAT del modo STAT (che vedremo più avanti)

training Casio FX 991 ES+ CASIO

**II. Il Menù MODE**

• Il menù mode serve per specificare il modo di calcolo



Per eseguire questo tipo di operazione:	Selezionare questo modo:
Calcoli generali	COMP
Calcoli con numeri complessi	CMPLX
Calcoli statistici e di regressione	STAT
Calcoli concernenti sistemi numerici specifici (binario, ottale, decimale, esadecimale)	BASE-N
Soluzione di equazioni	EQN
Calcoli matriciali	MATRIX
Generazione di una tavola numerica basata su un'espressione	TABLE
Calcoli vettoriali	VECTOR

training Casio FX 991 ES+ CASIO

### Specificazione della *modalità* di calcolo

<p>Per eseguire questo tipo di operazione:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>Calcoli generali</td> <td>COMP</td> </tr> <tr> <td>Calcoli con numeri complessi</td> <td>CMPX</td> </tr> <tr> <td>Calcoli statistici e di regressione</td> <td>STAT</td> </tr> <tr> <td>Calcoli concernenti sistemi numerici specifici (binario, ottale, decimale, esadecimale)</td> <td>BASE-N</td> </tr> <tr> <td>Soluzione di equazioni</td> <td>EQN</td> </tr> <tr> <td>Calcoli matriciali</td> <td>MATRIX</td> </tr> <tr> <td>Generazione di una tavola numerica basata su un'espressione</td> <td>TABLE</td> </tr> <tr> <td>Calcoli vettoriali</td> <td>VECTOR</td> </tr> </table>	Calcoli generali	COMP	Calcoli con numeri complessi	CMPX	Calcoli statistici e di regressione	STAT	Calcoli concernenti sistemi numerici specifici (binario, ottale, decimale, esadecimale)	BASE-N	Soluzione di equazioni	EQN	Calcoli matriciali	MATRIX	Generazione di una tavola numerica basata su un'espressione	TABLE	Calcoli vettoriali	VECTOR	<p>Selezionare questo modo:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>1: COMP</td> <td>2: CMLPX</td> </tr> <tr> <td>3: STAT</td> <td>4: BASE-N</td> </tr> <tr> <td>5: EQN</td> <td>6: MATRIX</td> </tr> <tr> <td>7: TABLE</td> <td>8: VECTOR</td> </tr> </table>	1: COMP	2: CMLPX	3: STAT	4: BASE-N	5: EQN	6: MATRIX	7: TABLE	8: VECTOR
Calcoli generali	COMP																								
Calcoli con numeri complessi	CMPX																								
Calcoli statistici e di regressione	STAT																								
Calcoli concernenti sistemi numerici specifici (binario, ottale, decimale, esadecimale)	BASE-N																								
Soluzione di equazioni	EQN																								
Calcoli matriciali	MATRIX																								
Generazione di una tavola numerica basata su un'espressione	TABLE																								
Calcoli vettoriali	VECTOR																								
1: COMP	2: CMLPX																								
3: STAT	4: BASE-N																								
5: EQN	6: MATRIX																								
7: TABLE	8: VECTOR																								

training Casio FX 991 ES+

### Menù MODE: *Calcolo statistico*

training Casio FX 991 ES+

### Menù MODE: *Calcolo statistico*

#### Tipologie di calcolo statistico

Calcolo statistico	Tasto
Variabile singola	1
Regressione lineare	2
Regressione quadratica	3
Regressione logaritmica	4
Regressione esponenziale <i>e</i>	5
Regressione esponenziale <i>ab</i>	6
Regressione di potenza	7
Regressione inversa	8

training Casio FX 991 ES+

### Calcolo degli indici statistici di base

Con la regressione lineare, la regressione viene eseguita in conformità con il seguente modello di equazione.

$$y = A + BX$$

- Comandi di calcolo statistico a variabile doppia con o senza frequenze

1: 1-VAR	2: A+BX
3: +CX <sup>2</sup>	4: ln X
5: e <sup>X</sup>	6: A·B <sup>X</sup>
7: A·X <sup>B</sup>	8: 1/X

training Casio FX 991 ES+



**Esercizio 3.4**

Anno	X	Y
2001	1,5	2,8
2002	1,9	2,9
2003	1,8	3,1
2004	2,3	3,3
2005	2,2	3,6

Ad ogni operazione far seguire:

**AC SHIFT 1**

Ricorda che è possibile memorizzare un valore in una variabile !!

**Comandi di calcolo statistico a variabile doppia: somme**

**3: Σ**

**AC SHIFT 1** → **3: Σ** → **3**

Selezionare questa voce di menu:	Quando si desidera ottenere questo:
<b>1</b> $\Sigma x^2$	Somma dei quadrati dei dati X
<b>2</b> $\Sigma x$	Somma dei dati X
<b>3</b> $\Sigma y^2$	Somma dei quadrati dei dati Y
<b>4</b> $\Sigma y$	Somma dei dati Y
<b>5</b> $\Sigma xy$	Somma dei prodotti dei dati X e dei dati Y
<b>6</b> $\Sigma x^3$	Somma dei cubi dei dati X
<b>7</b> $\Sigma x^2y$	Somma dei (quadrati dei dati X × dati Y)
<b>8</b> $\Sigma x^4$	Somma al biquadrato dei dati X

Anno	X	Y
2001	1,5	2,8
2002	1,9	2,9
2003	1,8	3,1
2004	2,3	3,3
2005	2,2	3,6

**Comandi di calcolo statistico a variabile doppia**

**3: Sum**

1: $\Sigma x^2$	2: $\Sigma x$
3: $\Sigma y^2$	4: $\Sigma y$
5: $\Sigma xy$	6: $\Sigma x^3$
7: $\Sigma x^2y$	8: $\Sigma x^4$

**5** **Σ** → **5** =

**6** **Σ** → **6** =

$\Sigma xy$  = 30,8

trascriviamo questo valore...

Possiamo memorizzare il valore ...

**SHIFT RCL (←)** 30,8 → A

$30,8 \div 5 = 154$

**CASIO**<sup>®</sup>

<http://world.casio.com/edu/>

**Parte II:**

**La correlazione e regressione**

**CASIO FX - 991 ES+**

**CASIO**  
EDUCATIONAL PROJECTS

### Correlazione tra dati

- Per **correlazione** si intende una relazione tra due variabili tale che a ciascun valore della prima corrisponda, con una certa regolarità, un valore della seconda.

Non si tratta necessariamente di un rapporto di causa ed effetto, ma semplicemente della tendenza di una variabile a variare in funzione di un'altra.

Esistono diversi indici:

- Covarianza**
- Il coefficiente di correlazione lineare di Pearson – Bravais  $r_{xy}$**

### Esempio 3.4

Dati i seguenti valori di reddito x e spesa y, calcolare:

- la covarianza
- il coefficiente di correlazione lineare di Pearson-Bravais

Anno	X	Y
2001	1,5	2,8
2002	1,9	2,9
2003	1,8	3,1
2004	2,3	3,3
2005	2,2	3,6

### LA COVARIANZA

La **covarianza** di due **variabili** è un numero  $Cov(X,Y)$  che fornisce una misura di quanto le due grandezze varino assieme, ovvero della loro interdipendenza lineare.

La **covarianza** è definita come:  
**la media aritmetica dei prodotti degli scarti**

$$\sigma_{X,Y} = \frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \sum_i x_i y_i - \frac{1}{n^2} (\sum_i x_i) (\sum_i y_i)$$

$$Cov(xy) = \frac{\sum xy}{N} - \bar{x}\bar{y}$$

### Esempio 3.4

Utilizziamo i valori calcolati precedentemente per determinare la **covarianza**

$$Cov(xy) = \frac{\sum xy}{N} - \bar{x}\bar{y}$$

$\sum xy$  30.8

$\bar{x}$  1.94

$\bar{y}$  3.14

$30.8 \div 5$   
6.16

$6.16 - (1.94 \times 3.14)$   
0.0684

**$Cov(X,Y) > 0$  (risp.  $< 0$ )** indica l'esistenza di una **relazione lineare diretta** (risp. Inversa)

**$Cov(X,Y) = 0$**  indica che non vi è una relazione di tipo lineare. (Ciò non esclude l'esistenza di altre relazioni....)

### Il coefficiente di correlazione di Pearson-Bravais

Il coefficiente di **correlazione di Pearson-Bravais** è un coefficiente che esprime la linearità tra la loro **covarianza** e il prodotto delle rispettive **deviazioni standard**.

$$-1 \leq r_{xy} = \frac{COV(X, Y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \leq 1$$

$r_{xy} > 0$	Variabili direttamente correlate o correlate positivamente
$r_{xy} = 0$	Variabili non correlate
$r_{xy} < 0$	Variabili inversamente correlate o correlate negativamente

**PER LA CORRELAZIONE DIRETTA DI DISTINGUE INOLTRE:**

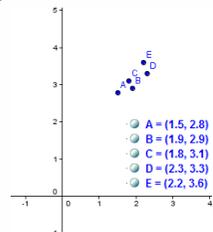
$0 < r_{xy} < 0,3$	Correlazione debole
$0 < r_{xy} < 0,7$	Correlazione moderata
$r_{xy} > 0,7$	Correlazione forte

Prof. Bologna - bolfra@gmail.com training CASIO FX 991 ES+ CASIO

### Esempio 3.4

Utilizziamo i valori calcolati precedentemente per il coefficiente di Pearson-Bravais

$$-1 \leq r_{xy} = \frac{COV(X, Y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{0,0684}{0,2870 \cdot 0,2870} = 0,8304 \leq 1$$

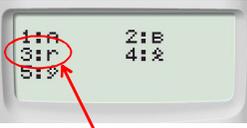




La relazione lineare tra le due variabili è di tipo diretto e abbastanza elevata.

Prof. Bologna - bolfra@gmail.com training Casio FX 991 ES+ CASIO

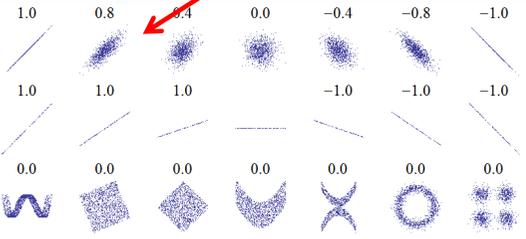
E' possibile calcolare il parametro r senza utilizzare la covarianza....


Prof. Bologna - bolfra@gmail.com training CASIO FX 991 ES+ CASIO

### Esercizio 3.4

Anno	X	Y
2001	1,5	2,8
2002	1,9	2,9
2003	1,8	3,1
2004	2,3	3,3
2005	2,2	3,6

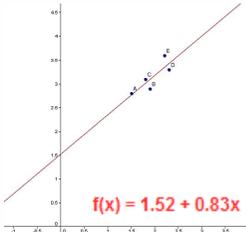
Esempi di insiemi di punti (x, y) con relativo coefficiente di correlazione.

Prof. Bologna - bolfra@gmail.com training Casio FX 991 ES+ CASIO

### La regressione

Lo studio della regressione consiste nella determinazione di una **funzione matematica** che esprima una relazione fra le variabili

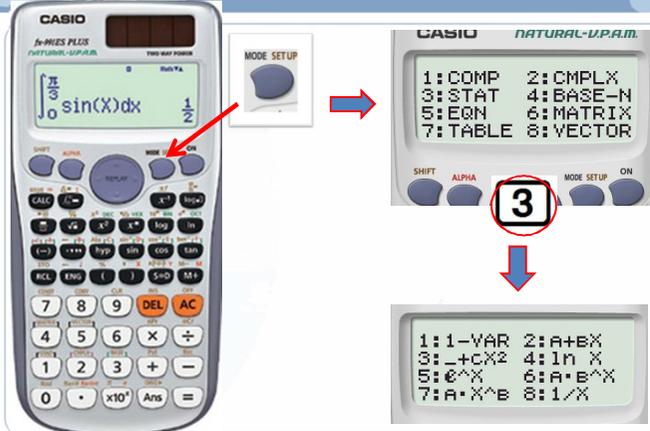
Si ricorre alla analisi della regressione quando dai dati si vuole ricavare un **modello statistico** che predica i valori di una **variabile (Y)** detta **dipendente** a partire dai valori di un'altra **variabile (X)** detta **indipendente**.\*



$f(x) = 1.52 + 0.83x$

\*http://statisticaconr.blogspot.com http://www.sp.units.it

### Menù MODE: *regressione*



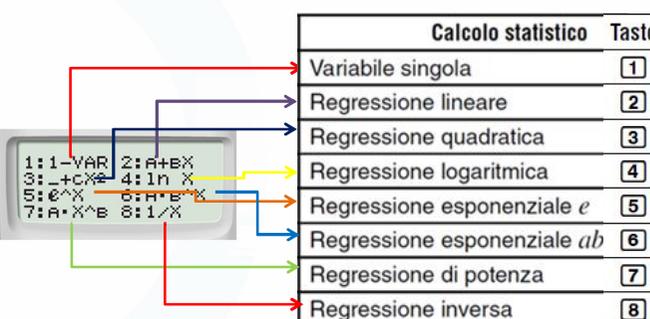
1: COMP 2: CMPLX  
3: STAT 4: BASE-N  
5: EQN 6: MATRIX  
7: TABLE 8: VECTOR

1: 1-VAR 2: A+BX  
3: L+CX<sup>2</sup> 4: ln X  
5: e<sup>X</sup> 6: A·B<sup>X</sup>  
7: A·X<sup>B</sup> 8: 1/X

### Menù MODE: *Calcolo statistico*

#### Tipologie di calcolo statistico

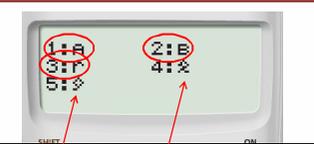
Calcolo statistico	Tasto
Variabile singola	1
Regressione lineare	2
Regressione quadratica	3
Regressione logaritmica	4
Regressione esponenziale e	5
Regressione esponenziale ab	6
Regressione di potenza	7
Regressione inversa	8



### Comandi di calcolo statistico a variabile doppia

#### REGRESSIONE LINEARE

- Con la **regressione lineare**, la regressione viene eseguita in conformità con il seguente modello di equazione:

$$y = A + BX$$


Selezionare questa voce di menù:	Quando si desidera ottenere questo:
1: A	Termine A della costante del coefficiente di regressione
2: B	Coefficiente di regressione B
3: r	Coefficiente di correlazione r
4: x̂	Valore stimato di x
5: ŷ	Valore stimato di y

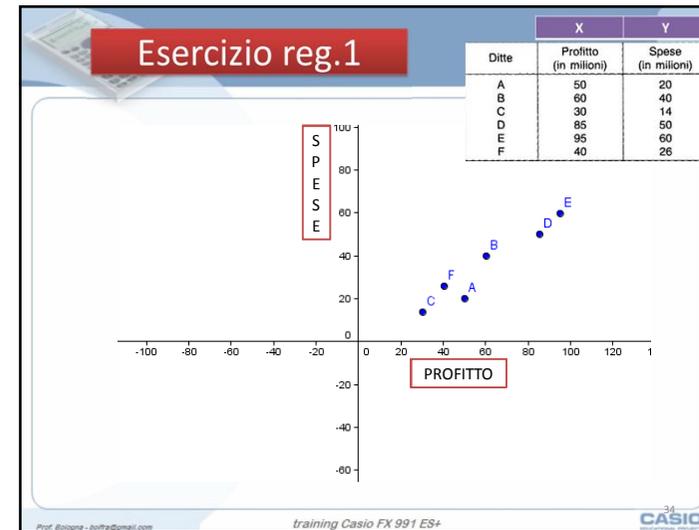
### Esercizio reg.1

	X	Y
Ditte	Profitto (in milioni)	Spese (in milioni)
A	50	20
B	60	40
C	30	14
D	85	50
E	95	60
F	40	26

Data la tabella 1, calcolare:

- la retta di regressione
- determinare il coefficiente lineare di Bravais – Pearson
- Stimare il valore di Y quando X=70

<http://www.sp.unibs.it/Docenti/520Materiali/CANDIAN>



### Esercizio reg.1

	x	y	x'	y'	x'y'	x' <sup>2</sup>	y' <sup>2</sup>
A	50	20	-10	-15	150	100	225
B	60	40	0	5	0	0	25
C	30	14	-30	-21	630	900	441
D	85	50	25	15	375	625	225
E	95	60	35	25	875	1.225	625
F	40	26	-20	-9	180	400	81
Tot.	360	210			2.210	3.250	1.622

$$\bar{x} = \frac{360}{6} = 60 ; \bar{y} = \frac{210}{6} = 35$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i' y_i'}{\sum_{i=1}^n x_i'^2} = \frac{2.210}{3.250} = 0,6800 ; b_2 = \frac{2.210}{1.622} = 1,3625$$

$$y - \bar{y} = b_1(x - \bar{x}) \quad x - \bar{x} = b_2(y - \bar{y})$$

$$y - 35 = 0,68(x - 60) \quad x - 60 = 1,3625(y - 35)$$

indice di correlazione di Bravais-Pearson  $r = \sqrt{0,68 \cdot 1,3625} = 0,96$

<http://www.sp.unibs.it/Docenti/520Materiali/CANDIAN>

### y = A + BX

Procedura generale «passo passo»:

$y = A + BX$

Ditte	X (in milioni)	Y (in milioni)
A	50	20
B	60	40
C	30	14
D	85	50
E	95	60
F	40	26

**Procedura generale «passo passo»:**

1: A 2: B  
3: r 4: %  
5: >

1 =

A -5.8 AC SHIFT 1

1: Type 2: Data  
3: Sum 4: Var  
5: Res 6: MinMax

5

1: A 2: B  
3: r 4: %  
5: >

2 =

B 0.68 AC SHIFT 1 5

1: A 2: B  
3: r 4: %  
5: >

3 =

r 0.9625541444

training Casio FX 991 ES+

$y = A + BX$

Ditte	X (in milioni)	Y (in milioni)
A	50	20
B	60	40
C	30	14
D	85	50
E	95	60
F	40	26

$f(x) = -5.8 + 0.68x$

training Casio FX 991 ES+

Per stimare il valore di Y quando X=70

SHIFT 1

1: Type 2: Data  
3: Sum 4: Var  
5: Res 6: MinMax

5

1: A 2: B  
3: r 4: %  
5: >

5

70

41.8

Selezionare questa voce di menu:	Quando si desidera ottenere questo:
1 A	Termine A della costante del coefficiente di regressione
2 B	Coefficiente di regressione B
3 r	Coefficiente di correlazione r
4 $\hat{x}$	Valore stimato di x
5 $\hat{y}$	Valore stimato di y

training Casio FX 991 ES+

**Regressione non lineare**

3	$\_+CX^2$	Regressione quadratica
4	$\ln X$	Regressione logaritmica
5	$e^X$	Regressione esponenziale e
6	$A \cdot B^X$	Regressione esponenziale ab
7	$A \cdot X^B$	Regressione di potenza
8	$1/X$	Regressione inversa

Anni	produzione
2004	50
2005	52
2006	56
2007	59
2008	65
2009	70
2010	76

training Casio FX 991 ES+

### Esercizio 4.9

- I valori della produzione di un'azienda sono risultati i seguenti:

Anni	produzione
2004	50
2005	52
2006	56
2007	59
2008	65
2009	70
2010	76

Si calcolino i parametri della funzione interpolante esponenziale e di potenza

Si dica quale delle due funzioni è più adeguata a descrivere il trend

### Menù MODE: *regressione*

3	+CX <sup>2</sup>	Regressione quadratica
4	ln X	Regressione logaritmica
5	e <sup>X</sup>	Regressione esponenziale e
6	A*B <sup>X</sup>	Regressione esponenziale ab
7	A*X <sup>B</sup>	Regressione di potenza
8	1/X	Regressione inversa

Anni	produzione
2004	50
2005	52
2006	56
2007	59
2008	65
2009	70
2010	76

### Regressione esponenziale

Procedura generale «passo passo»:

### Regressione esponenziale

**Selezionare questa voce di menu:**

- 1 A
- 2 B
- 3 r
- 4  $\hat{x}$
- 5  $\hat{y}$

Valore stimato quando x=23

### Regressione esponenziale

Funzione  
 $f(x) = 45.48 \cdot 1.07^x$

Punto

- A = (1, 50)
- B = (2, 52)
- C = (3, 56)
- D = (4, 59)
- E = (5, 65)
- F = (6, 70)
- G = (7, 76)

### Regressione esponenziale

Funzione  
 $f(x) = 45.48 \cdot 1.07^x$

Punto

- A = (1, 50)
- B = (2, 52)
- C = (3, 56)
- D = (4, 59)
- E = (5, 65)
- F = (6, 70)
- G = (7, 76)
- H = (0, 45.48)

Il valore teorico della produzione d'azienda, stimato in base al trend esponenziale, nel 2003 era pari a 45,48 milioni di € e l'aumento teorico medio annuo è pari a 7,4%

### A·X^B | Regressione di potenza

Anni	produzione
2004	50
2005	52
2006	56
2007	59
2008	65
2009	70
2010	76

**Procedura generale «passo passo»:**

- 1: Type 2: Data 1: 1-VAR 2: +B X 3: +C X^2 4: ln X 5: e^X 6: A·B X 7: A·X^B 8: 1/X
- 2: AC SHIFT 1
- 3: 5

**A·X^B** | Regressione di potenza

Anni	produzione
2004	50
2005	52
2006	56
2007	59
2008	65
2009	70
2010	76

Selezionare questa voce di menu:

- A
- B
- r
- $\hat{x}$
- $\hat{y}$

Calcolatrice display 1: 46.78404801 (A)

Calcolatrice display 2: 0.2112541455 (B)

Calcolatrice display 3: 0.9328498553 (r)

Calcolatrice display 4: 23 (input)

Calcolatrice display 5: 90.73366361 ( $\hat{y}$ )

Valore stimato quando x=23

Prof. Bologna F. - bolfra@gmail.com | training Casio FX 991 ES+ | CASIO

**A·X^B** | Regressione di potenza

Funzione:  $g(x) = 46.78 x^{0.21}$

Punto:

- A = (1, 50)
- B = (2, 52)
- C = (3, 56)
- D = (4, 59)
- E = (5, 65)
- F = (6, 70)
- G = (7, 76)
- H = (1, 46.78)

Il valore della produzione d'azienda, stimato in base alla funzione interpolante di potenza, nel 2004, (t=x=1) è pari a 46.78 milioni di €.

Il parametro B, che rappresenta l'elasticità, indica che il valore della produzione è crescente ma che rallenterà.

Prof. Bologna F. - bolfra@gmail.com | training Casio FX 991 ES+ | CASIO

Si dica quale delle due funzioni è più adeguata a descrivere il trend

**A·B^X** | Regressione esponenziale ab

Calcolatrice display 1: 0.9947992783 (r)

Calcolatrice display 2: 0.9947992783<sup>2</sup>

Calcolatrice display 3: 0.9896256041

La funzione interpolante esponenziale spiega circa il 99% della variabilità della produzione

**A·X^B** | Regressione di potenza

Calcolatrice display 1: 0.9328498553 (r)

Calcolatrice display 2: 0.9328498553<sup>2</sup>

Calcolatrice display 3: 0.8702088525

La funzione interpolante di potenza spiega circa il 87% della variabilità della produzione

Prof. Bologna F. - bolfra@gmail.com | training Casio FX 991 ES+ | CASIO

**A·B^X** | Regressione esponenziale ab

Calcolatrice display 1: 0.9947992783 (r)

Calcolatrice display 2: 0.9947992783<sup>2</sup>

Calcolatrice display 3: 0.9896256041

La funzione interpolante esponenziale spiega circa il 99% della variabilità della produzione

**A·X^B** | Regressione di potenza

Calcolatrice display 1: 0.9328498553 (r)

Calcolatrice display 2: 0.9328498553<sup>2</sup>

Calcolatrice display 3: 0.8702088525

La funzione interpolante di potenza spiega circa il 87% della variabilità della produzione

Prof. Bologna F. - bolfra@gmail.com | training Casio FX 991 ES+ | CASIO

**CASIO**  
<http://world.casio.com/edu/>

**Parte III:**  
**Coefficienti binomiali, combinazioni  
 permutazioni**

CASIO FX - 991 ES+

**CASIO**  
 EDUCATIONAL PROJECTS

training Casio FX 991 ES+

**Calcolo combinatorio**

I gruppi possono differire per l'**ordine** degli elementi (**permutazioni - nPr**), per la **presenza** o meno di un elemento (**combinazioni - nCr**) o per **entrambe le caratteristiche (disposizioni)**.

Il calcolo combinatorio studia i modi di **combinare** gli elementi di un insieme fissati alcuni criteri.

L'obiettivo è quello di stabilire quanti **gruppi** si possono formare da una famiglia di oggetti.

**disposizioni**  
 $D_{n,k} = P_k * C_{n,k}$

Materiale tratto da "Il calcolo semplice" di F. Bologna - Ed. Spring

**Permutazioni**  $P_n = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 1 = n!$

**\*Esempio 3.12.1:** Quanti sono gli anagrammi della parola "amore"?

DIGITIAMO **SHIFT** **nPr**

5P5

120

$P_5 = 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 120$

Materiale tratto da "Il calcolo semplice" di F. Bologna - Ed. Spring

**Combinazioni**  $C_{n,k} = \frac{D_{n,k}}{P_k} = \frac{n!}{k!(n - k)!} = \binom{n}{k}$

**\*Esempio 3.12.2:** da una classe di 24 allievi in quanti modi si possono scegliere 3 rappresentanti?

DIGITIAMO **SHIFT** **nCr**

24C3

2024

Materiale tratto da "Il calcolo semplice" di F. Bologna - Ed. Spring

**Disposizioni**  $D_{n,k} = P_k * C_{n,k}$

**Esempio:** quanti sono i numeri con tre cifre diverse che si possono formare con le cifre 1,2,3 e 4?

Materiali tratti da "Il calcolo semplice" di F. Bologna - Ed. Spring

**Distribuzione binomiale 1**  $P(k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

**\* ESERCIZIO A** La segretaria di uno studio dentistico sa per esperienza che il 10% dei pazienti arriva in ritardo rispetto all'appuntamento stabilito.

Si scrivano le espressioni e si calcolino:

A. la probabilità che su sette pazienti scelti a caso due arrivino in ritardo.

B. la prob. che almeno due pazienti su 7 arrivino in ritardo

[http://www.riani.it/stat/esercizi-riepilogo1\\_\(studenti\).pdf](http://www.riani.it/stat/esercizi-riepilogo1_(studenti).pdf)

**Soluzione**

- U-Bernoulliano con  $\pi=1/10$
- X = numero di pazienti che arrivano in ritardo. **Distribuzione Binomiale (n=7)**

A.  $Pr(X = 2) = \binom{7}{2} 0.1^2 0.9^5 = 0.124$

B.  $Pr(X \geq 2) = \sum_{s=2}^7 \binom{7}{s} 0.1^s 0.9^{7-s} = 0.1497$

$Pr(X \geq 2) = 1 - Pr(X = 1) - Pr(X = 0)$

$1 - \sum_{s=0}^1 \binom{7}{s} 0.1^s 0.9^{7-s} = 0.1497$

[http://www.riani.it/stat/esercizi-riepilogo1\\_\(studenti\).pdf](http://www.riani.it/stat/esercizi-riepilogo1_(studenti).pdf)

**Distribuzione binomiale 2**  $P(k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

**\* ESERCIZIO B**

Il tasso di disoccupazione in una città è pari al 7,6 %. Un campione casuale di 200 unità viene estratto dalle forze lavoro.

Si scriva l'espressione della probabilità che nel campione vi siano:

**A. Almeno 6 disoccupati**

**Soluzione:**

$Pr(X \leq 6)$

$= \sum_{s=0}^6 \binom{200}{s} 0.076^s 0.924^{200-s}$

$Pr(X > 6) = 1 - Pr(X \leq 6)$

[http://www.riani.it/stat/esercizi-riepilogo1\\_\(studenti\).pdf](http://www.riani.it/stat/esercizi-riepilogo1_(studenti).pdf)

**POSSIAMO UTILIZZARE LA FUNZIONE CALC**

Procedura generale «passo passo»:

MODE 1

DIGITIAMO

DIGITIAMO **CALC**

Iteriamo il procedimento con valori di A ≤ 6 ... si otterrà:

training Casio FX 991 ES+

Procedura generale «passo passo»:

s	Pr(X)
0	$1,36 \cdot 10^{-7}$
1	$2,24 \cdot 10^{-6}$
2	$1,83 \cdot 10^{-5}$
3	$9,96 \cdot 10^{-5}$
4	$4,03 \cdot 10^{-4}$
5	$1,30 \cdot 10^{-3}$
6	$3,48 \cdot 10^{-3}$

MODE 1

DIGITIAMO

DIGITIAMO **CALC**

training Casio FX 991 ES+

Procedura con l'uso della sommatoria

E' possibile sintetizzare la procedura utilizzando il comando di sommatoria:

training Casio FX 991 ES+

**CASIO**<sup>®</sup>  
<http://world.casio.com/edu/>

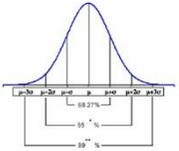
**Parte IV:**  
**Calcolo delle probabilità per la distribuzione Gaussiana**

CASIO FX - 991 ES+

training Casio FX 991 ES+

**ESEMPIO:** Data la seguente distribuzione di frequenza, calcolare la probabilità che uno studente ottenga un voto insufficiente (VOTO 5) facendo riferimento alla distribuzione normale standardizzata.

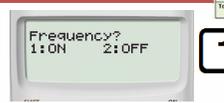
Voto	Alunni
4	2
5	6
6	14
7	9
8	4
9	3
10	1
<b>Totale</b>	<b>39</b>



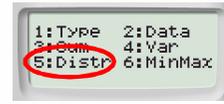

Questo menù può essere usato per calcolare la probabilità di una distribuzione normale standard.  
La variabile normalizzata  $t$  è calcolata con l'espressione mostrata di seguito, usando il valore medio e il valore della deviazione standard della popolazione eventualmente ottenuto, precedentemente, dai dati introdotti sulla schermata editor STAT\*.

training Casio FX 991 ES+ CASIO

**Procedura generale «passo passo»:**





training Casio FX 991 ES+ CASIO

**Procedura generale «passo passo»:**

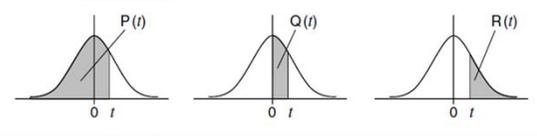




INSERIAMO 5



training Casio FX 991 ES+ CASIO

$$X \gg t = \frac{X - \bar{x}}{x\sigma_n}$$

training Casio FX 991 ES+ CASIO



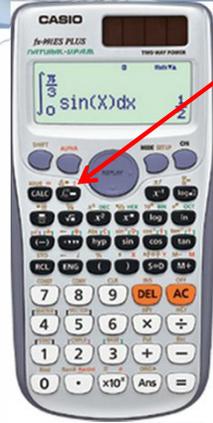
**CASIO**  
http://world.casio.com/edu/

**Parte V:  
Integrali**

**CASIO FX - 991 ES+**



training Casio FX 991 ES+



**Integrali**

Questo comando consente di calcolare integrali definiti.

E' possibile utilizzare tale operazione per il calcolo di probabilità di variabili aleatorie continue (v. a.c.)

Detta  $f(x)$  la **funzione densità di probabilità**, la probabilità  $P(a < x < b)$  che il valore assunto dalla v.a.c. cada nell'intervallo  $(a,b)$  è data dall'integrale:

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$$

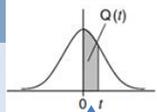
training Casio FX 991 ES+

**esempio**

- Considerata la funzione di densità della variabile standardizzata:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

si calcoli : a)  $P(0 < x < 1,2)$ ; b)  $P(-0,46 < x < 0)$ ; c)  $P(x < -0,6)$



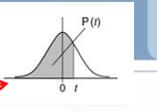


training Casio FX 991 ES+

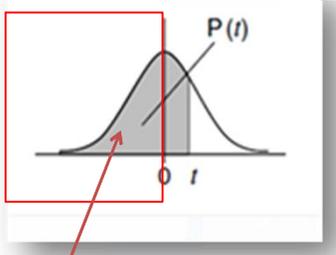
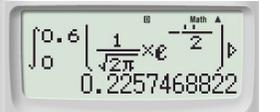
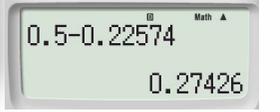
- Considerata la funzione di densità della variabile standardizzata:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

si calcoli : a)  $P(0 < x < 1,2)$ ; b)  $P(-0,46 < x < 0)$ ; c)  $P(x < -0,6)$

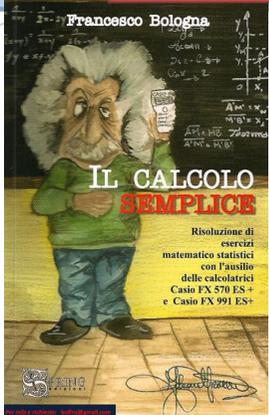


$P(X < 0,6) = P(-\infty < X < 0) - P(0 < X < 0,6)$

$P(-\infty < X < 0) = 0,5$

training Casio FX 991 ES+



**Grazie per l'attenzione**

**Francesco Bologna**

**IL CALCOLO SEMPLICE**

Risoluzione di esercizi matematico statistici con l'ausilio delle calcolatrici Casio FX 570 ES+ e Casio FX 991 ES+

Info: [springed.caserta@virgilio.it](mailto:springed.caserta@virgilio.it)

Prof. Bologna F. - [bolfra@gmail.com](mailto:bolfra@gmail.com)

73 CASIO

ing Casio FX 991 ES+

I diritti di proprietà intellettuale sono dell'autore. "CASIO" è un marchio registrato di CASIO Computer Co., Ltd., Japan. Il copyright su tutte le immagini è di proprietà di CASIO. Il suo utilizzo, per la presente opera, è stato autorizzato da CASIO ITALIA. Si autorizza la stampa di qualsiasi pagina della presentazione per utilizzo personale o didattico ma non per pubblicazione su carta o per qualsiasi altro scopo ai fini di lucro.

**Prof. Francesco Bologna**  
-Docente di Matematica e Fisica-  
-Promozione di Tecnologie per la didattica della matematica -  
email: [bolfra@gmail.com](mailto:bolfra@gmail.com)  
mobile: 338 7634314